

[東京工業大学 1990 年後期 1]



$(x+1)(x-2)$ の小数第 1 位を四捨五入したものが $1+5x$ と等しくなるような実数 x を求めよ。





n を 2 以上の整数とする。

- (1) $n-1$ 次多項式 $P_n(x)$ と n 次多項式 $Q_n(x)$ ですべての実数 θ に対して

$$\sin(2n\theta) = n \sin(2\theta) P_n(\sin^2 \theta)$$

$$\cos(2n\theta) = Q_n(\sin^2 \theta)$$

を満たすものが存在することを帰納法を用いて表せ。

- (2) $k=1, 2, \dots, n-1$ に対して $\alpha_k = \left(\sin \frac{k\pi}{2n} \right)^{-2}$ とおくと,

$P_n(x) = (1 - \alpha_1 x)(1 - \alpha_2 x) \cdots (1 - \alpha_{n-1} x)$ となることを示せ。

- (3) $\sum_{k=1}^{n-1} \alpha_k = \frac{2n^2 - 2}{3}$ を示せ。

