

[東京工業大学 1990 年後期 1]



$(x+1)(x-2)$ の小数第 1 位を四捨五入したものが $1+5x$ と等しくなるような実数 x を求めよ。



題意の条件より $(1+5x) - \frac{1}{2} \leq (x+1)(x-2) < (1+5x) + \frac{1}{2}$

すなわち $5x + \frac{1}{2} \leq (x+1)(x-2) < 5x + \frac{3}{2}$

$5x$ が整数だから $x = \frac{n}{5}$ (n は整数) とおくことができる

$$n + \frac{1}{2} \leq \left(\frac{n}{5} + 1\right)\left(\frac{n}{5} - 2\right) \leq n + \frac{3}{2} \Leftrightarrow n + \frac{1}{2} \leq \left(\frac{n}{5} + 1\right)\left(\frac{n}{5} - 2\right) \leq n + \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow 50n + 25 \leq 2(n+5)(n-10) \leq 50n + 75$$

$$\Leftrightarrow 125 \leq 2n^2 - 60n \leq 175$$

$$\Leftrightarrow 575 \leq 2(n-15)^2 \leq 625$$

$$\Leftrightarrow \frac{575}{2} \leq (n-15)^2 \leq \frac{625}{2}$$

$$\Leftrightarrow 287.5 \leq (n-15)^2 \leq 312.5 \text{ となる。}$$

$16^2 = 256$, $17^2 = 289$, $18^2 = 324$ であるから $n-15 = \pm 17$

よって $n = -2, 32$

したがって $x = -\frac{2}{5}, \frac{32}{5}$

[注] 問題文では負の数の四捨五入についての定義が明確でないが、

$$\text{「実数 } x \text{ を小数第 1 位で四捨五入したら整数 } n \text{ になる」} \Leftrightarrow n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}$$

として考えた。