

[東京工業大学 1989 年 1]



xy 平面上の点 P から放物線 $y = x^2$ へ 2 本の異なる接線を引き、それらの接点を Q, R とする。

(1) 点 P が次の 3 つの不等式 $y \leq x-1, y \leq -x+1, -1 \leq y$ を同時に満たす範囲を動くとき、線分

QR の中点が動く範囲を図示せよ。

(2) 三角形 PQR の面積が 2 に等しくなる点 P はどんな曲線上にあるか。その方程式を求めよ。



[東京工業大学 1989 年 2]



xy 平面で原点を中心とする半径 2 の円を A , 点 $(3, 0)$ を中心とする半径 1 の円を B とする。 B が A の周上を, 反時計まわりに, すべらずにころがって元の位置に戻るとき, 初めに $(2, 0)$ にあった B 上の点 P の描く曲線を C とする。

(1) C 上の点で x 座標が最大となる点の座標を求めよ。

(2) 曲線 C の長さを求めよ。



[東京工業大学 1989 年 3]



関数 $f(x)$ は次の等式

$$f(x+y) = f(x) + f(y) + f(x)f(y)$$

を満たしているとする。関数 $f(x)$ が $x=0$ で微分可能であるとき、次の問に答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ はすべての x の値で微分可能であることを証明せよ。
- (2) 関数 $f(x)$ を求めよ。



[東京工業大学 1989 年 4]



次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\pi} x^2 |\sin nx| dx$$



[東京工業大学 1989 年 5]



箱の中に、1 から n までの数字をそれぞれ 1 つずつ書いた n 枚のカードが入っている。箱から無作為に 1 枚のカードを取り出して、その数字を記録し、箱に戻す。この試行を k 回くり返し、それまでに記録された相異なる数字の個数を S_k とする。 $S_k = r$ となる確率を $P(S_k = r)$ で表すとき、次の間に答えよ。

(1) $P(S_k = r)$ を $P(S_{k-1} = r)$ と $P(S_{k-1} = r-1)$ で表せ。

(2) S_k の期待値 $E_k = \sum_{r=1}^k r P(S_k = r)$ を求めよ。

