

[ 東京工業大学 1988 年 1 ]



数列  $\{a_n\}$  を  $a_1 = 1, a_n = 1 + \frac{1}{n^2} a_{n-1}^2$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) で定める。このとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。



[ 東京工業大学 1988 年 2 ]



関数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  は,  $|x| \leq 1$  で  $|f(x)| \leq 1$  を満たしている。このとき,  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  について,

(1)  $|f'(1)| \leq 4$  を示せ。

(2)  $|f'(1)| = 4$  となる  $f(x)$  をすべて求めよ。



[ 東京工業大学 1988 年 3 ]



$xy$  平面上の曲線  $y = \cos\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}x\right)$  と、原点を中心とする半径  $r$  の円との共有点の個数  $N(r)$  を求めよ。



[ 東京工業大学 1988 年 4 ]



$xy$  平面上の原点を中心とする半径 1 の円を  $C$  , 点  $(4, 0)$  を中心とする半径 2 の円を  $D$  とする。

動点  $P$  は点  $(1, 0)$  を出発し円  $C$  上を時計と反対回りに角速度 2 で動き , 動点  $Q$  は同時刻に点  $(6, 0)$  を出発し円  $D$  上を時計と反対回りに角速度 1 で動くものとする。  $P$  と  $Q$  の距離の最大値と最小値を求め , 最大値と最小値を与える  $P, Q$  の座標を , それぞれ求めよ。



[ 東京工業大学 1988 年 5 ]



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{{}^3C_n}{{}^2C_n} \right)^{\frac{1}{n}} \text{ を求めよ。}$$

