[東京工業大学 1985 年 $\boxed{1}$]

☆───────────────────────────☆

2 つの条件

（ｉ）$a^2-2b^2=1$ または $a^2-2b^2=-1$

（ⅱ）$a+\sqrt{2}b>0$

を満たす任意の整数$a,\ b$から得られる実数 $g=a+\sqrt{2}b$ 全体の集合をGとする。1 より大きいGの元のうち最小のものをuとする。

⑴ uを求めよ。

⑵ 整数nとGの元gに対し，gu^nはGの元であることを示せ。

⑶ Gの任意の元gは適当な整数mによって，$g=u^m$と書かれることを示せ。

☆───────────────────────────☆

[東京工業大学 1985 年 $\boxed{2}$]

空間内において，6 枚の平面 $x=0,\ x=1,\ y=0,\ y=2,\ z=0,\ z=3$ で囲まれてできる直方体を V とする。$0<t<3$ である実数 t に対し，平面 $x+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=t$ で V を 2 分したとき，小さい方の体積（等しいときは，どちらでもよい）を $f(t)$ とする。

(1) $f(t)$ を求めよ。

(2) $f(t)$ を t の関数と考えたとき，$t=1$ および $t=\dfrac{3}{2}$ で微分可能であるか。

[東京工業大学 1985 年 $\boxed{3}$]

5 つの円 O_1, O_2, O_3, O_4, O_5 がある。O_1, O_2 は半径がそれぞれ 1 と a（$0<a<1$）の同心円である。O_3 は O_1 に内接し，O_2 と互いに外接する。O_4 は O_1 に内接し，O_2, O_3 と互いに外接する。O_5 は O_1 に内接し，O_3, O_4 と互いに外接する。ただし，O_2, O_3, O_4, O_5 の中心を A, B, C, D とするとき，D は B, C を通る直線に関して A の反対側にあるものとする。

⑴ 四辺形 ABDC の面積 $S(a)$ を求めよ。

⑵ $S(a)$ の最大値を求めよ。

[東京工業大学 1985 年 $\boxed{4}$]

平面上の点$(0,\ 2)$を通る曲線C上の$x \neq 0$である任意の点$(x,\ y)$について，その点でのCの接線が点$\left(\dfrac{6x^3+1}{6x^2},\ 2y\right)$を通るという。この曲線の方程式を求めよ。

[**東京工業大学 1985 年 $\boxed{5}$**]

1 から n までの整数を 1 枚に 1 つずつ書いた n 枚のカードの組を 3 組用意する。3 人がそれぞれ 1 組ずつを持ち，各人はその中から無作為に 1 枚のカードを抜き出し，そこに書かれた数によって得点を次のように A, B 2 通り定める。最大数を出した人が 1 人だけのとき，その人の得点は

A：自分の出した点　　B：他の人の出した数の和

とし，他の 2 人の得点は，A, B いずれの場合も 0 とする。最大数を出した人が 2 人以上のときは，A, B いずれの場合も，3 人の得点は 0 とする。各人の得点の期待値を，A, B それぞれの場合について，n を用いて表せ。