

[東京工業大学 1984 年 1]



a, b を正の整数とする。

(1) $c = a + b, d = a^2 - ab + b^2$ とおくとき, 不等式 $1 < \frac{c^2}{d} < 4$ が成り立つことを示せ。

(2) $a^3 + b^3$ が素数の整数乗になる a, b をすべて求めよ。



[東京工業大学 1984 年 2]



n を 3 以上の整数とする。

条件 $x + y + z = n$, $x \leq y + z$, $y \leq z + x$, $z \leq x + y$ を満たす正の整数の組 (x, y, z) の個数を求めよ。



[東京工業大学 1984 年 3]



曲線 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ を C_1 とし, 曲線 $y = -\frac{1}{x} (x < 0)$ を C_2 とする。 C_1 上に点 P_1 , C_2 上に点 P_2

をとり, P_1, P_2 を結ぶ直線を ℓ とする。原点を O とする。

(1) ℓ が C_1 または C_2 の接線になっているとき, OP_1P_2 の面積は一定であることを示せ。

(2) OP_1P_2 の面積が(1)の面積に等しいとき, ℓ は C_1 または C_2 の接線になることを示せ。



[東京工業大学 1984 年 4]



定積分 $\int_0^1 e^x |x-a| dx$ を最小にする a を求めよ。



[東京工業大学 1984 年 5]



2 つの曲線 $y = \tan x$, $y = \cos x$ $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$ の交点における曲線 $y = \tan x$ の接線を l とす

るとき, 第 1 象限にあつて, l と x 軸および曲線 $y = \tan x$ により囲まれる部分の面積を求めよ。

