[**東京工業大学 1982 年 $\boxed{1}$**]

n を自然数とする。半径 $\dfrac{1}{n}$ の円を互いに重なり合わないように半径 1 の円に外接させる。このとき外接する円の最大個数を a_n とする。$\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}$ を求めよ。

[東京工業大学 1982 年 $\boxed{2}$]

平面上の原点Oを中心とする半径 1 の円 C の周上に，同一直径上にない異なる 2 点A, Bをとる。

A, Bの位置ベクトルを $\vec{a}, \vec{b}$ とし， $L=\{m\vec{a}+n\vec{b}\,|\,m, n$ は整数$\}$ とする。

(1) 零ベクトルでない， L の元の大きさの最小値 r は $1, |\vec{a}+\vec{b}|, |\vec{a}-\vec{b}|$ のうちの最小のものに等しいことを証明せよ。

(2) 2 点A, Bが $r=1$ を満たして C の周上を動くとき，△OABの面積 S の最小値を求めよ。

[東京工業大学 1982 年 $\boxed{3}$]

曲線 $y=x^4-6x^2$ を C とし，不等式 $y>x^4-6x^2$ で定まる領域内の点 $\mathrm{P}(\alpha,\ \beta)$ から異なる 4 本の接線が C に引けるとする。このとき，点 P の動きうる領域 D を求め図示せよ。

[**東京工業大学 1982 年 $\boxed{4}$**]

☆ ☆

$\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4} \leqq 1$ で定まる領域を D とする。原点を中心とし D を正の向きに 45° 回転させるとき，D の点が通る全体は平面上の 1 つの領域をつくる。この領域の第 1 象限にある部分の面積を求めよ。

☆ ☆

[**東京工業大学 1982 年 $\boxed{5}$**]

3 つの数 0，1，2 がそれぞれ確率 $\dfrac{1}{3}$ で表れる試行を 9 回行う。ただし，各回の試行によって起こる事象どうしは独立とする。この結果得られた 9 個の平均値の小数第 1 位が 1 となる確率を求めよ。