

[ 東京工業大学 1982 年 2 ]



平面上の原点  $O$  を中心とする半径 1 の円  $C$  の周上に、同一直径上にない異なる 2 点  $A, B$  をとる。

$A, B$  の位置ベクトルを  $\vec{a}, \vec{b}$  とし、 $L = \{m\vec{a} + n\vec{b} \mid m, n \text{ は整数}\}$  とする。

(1) 零ベクトルでない、 $L$  の元の大きさの最小値  $r$  は  $1, |\vec{a} + \vec{b}|, |\vec{a} - \vec{b}|$  のうちの最小のものに等しいことを証明せよ。

(2) 2 点  $A, B$  が  $r = 1$  を満たして  $C$  の周上を動くとき、 $\triangle OAB$  の面積  $S$  の最小値を求めよ。

