

[東京工業大学 1981 年 1]



α は $0 < \alpha < 1$ を満たす実数とする。任意の自然数 n に対して、 $2^{n-1}\alpha$ の整数部分を a_n とし、

$2^{n-1}\alpha = a_n + b_n$ とおくと、 n が奇数のとき $0 \leq b_n < \frac{1}{2}$ 、 n が偶数のとき $\frac{1}{2} < b_n < 1$ になるという。

a_n および α を求めよ。



[東京工業大学 1981 年 2]



曲線 $y = x^3 + 3x^2$ 上に 3 点 $O(0, 0)$, $P(-2, 4)$, $Q(1, 4)$ をとり, 曲線および線分 PQ で囲まれた領域を D とする (D は境界を含む)。点 R を第 1 象限, 点 S を第 2 象限にとり, $\triangle ORS$ が D に含まれるように点 R, S を動かすとき, $\triangle ORS$ の面積の最大値を求めよ。



[東京工業大学 1981 年 3]



3 点 P, Q, R はそれぞれ原点 O を中心とする半径 1, 2, 3 の円周上で, 正の向きに角速度 1, 2, 3 の等速円運動をしている動点とする。△ PQR の面積の最大値を求めよ。ただし, ある時刻において 2 点 P, Q は線分 OR 上にあるとする。



[東京工業大学 1981 年 4]



区間 $0 < t \leq 1$ において $F(t) = \frac{1}{t} \int_0^{\frac{\pi}{2}t} |\cos 2x| dx$ とおく。

(1) $\lim_{t \rightarrow 0} F(t)$ を求めよ。

(2) $F(t) = 1$ となる t の範囲を求めよ。

