

[東京工業大学 1978 年 1]



定数 a, b, c, p, q, D に対して, 次の等式

$$(x^3 + ax^2 + bx + c)^2 = (x^2 - 1)(x^2 + px + q)^2 + D$$

がすべての x について成り立つとき, D の値を求めよ。



[東京工業大学 1978 年 2]



a, b, c は $1 < a < b < c$ を満たす整数とし, $(ab-1)(bc-1)(ca-1)$ は abc で割り切れるとする。

このとき次の問に答えよ。

(1) $ab+bc+ca-1$ は abc で割り切れることを示せ。

(2) a, b, c をすべて求めよ。





平面上の原点を中心とする半径 r の円に $\left(\frac{r}{\sqrt{2}}, \frac{r}{\sqrt{2}}\right)$ で接する直線を L とし, L 上に接点と異なる

1 点 $P(a, b)$ をとる。

(1) L 上の任意の点 $Q(c, d)$ は適当な実数 t をとることにより $c = ta + (1-t)b, d = (1-t)a + tb$ と表されることを示せ。

(2) L 上の点 Q が接点と P を結ぶ線分上にあるときの t の範囲を求めよ。



[東京工業大学 1978 年 4]



数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ の隣り合った 2 項 a_n, a_{n+1} は 2 次方程式 $x^2 + 3nx + C_n = 0$ の 2 つの解である

($n = 1, 2, \dots$)。 $a_1 = 1$ のとき, $\sum_{n=1}^{2p} C_n$ を求めよ。



[東京工業大学 1978 年 5]



2 つの関数 $f(x) = x^4 - x$, $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ が $f(1) = g(1)$, $f(-1) = g(-1)$ を満たすとき,
積分 $\int_{-1}^1 \{f(x) - g(x)\}^2 dx$ を最小にする a, b, c, d を求めよ。



[東京工業大学 1978 年 6]



積分 $I(a) = \int_{-1}^1 |x-a|e^x dx$ の $|a| \leq 1$ における最大値を求めよ。

