

[東京工業大学 1976 年 1]



$p(x)$ を x に関する 3 次式とする。 x^4 と x^5 を $p(x)$ で割った余りは等しくて、0 ではないとする。

x の整式 $f(x)$ が $p(x)$ で割り切れず、 $xf(x)$ は $p(x)$ で割り切れるとき、 $f(x)$ を $p(x)$ で割った余り $r(x)$ を求めよ。ただし $r(x)$ の最高次の係数は 1 となるものとする。



[東京工業大学 1976 年 2]



正数 c が与えられたとき, すべての実数 x に対して $(b+x^2)^2 > (1+4x^2)c^2$ を満たす b の範囲を求めよ。



[東京工業大学 1976 年 3]



1 辺の長さが a の正方形の内部にあって、正方形の中心までの距離と、正方形の辺までの最短距離が等しいような点 P を考える。このような点 P 全体のつくる図形によって囲まれる部分の面積を求めよ。



[東京工業大学 1976 年 4]



関係式 $\int_0^x f(t) dt = e^x - ae^{2x} \int_0^1 f(t)e^{-t} dt$ を満たす連続関数 $f(x)$ と定数 a を求めよ。



[東京工業大学 1976 年 5]



$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を空間のベクトルとする。 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ を満たすすべての実数 x, y, z に対してベクトル $x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ の長さはつねに 1 であるという。

- (1) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ の長さを求めよ。
- (2) 内積 $(\vec{a}, \vec{b}), (\vec{a}, \vec{c}), (\vec{b}, \vec{c})$ を求めよ。



[東京工業大学 1976 年 6]



行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で表される平面上の 1 次変換を f , 直線 $y = mx$ ($m \neq 0$) を l とし, f は次の 2 条件を満たすとする。

(i) f は l の各点を動かさない。

(ii) f は $P(1, 0)$ を, この点 P を通り l に平行な直線上にうつす。このとき

(1) $ad - bc$ を求めよ。

(2) f により平面上の任意の点 Q は, Q を通り l に平行な直線上の点にうつることを示せ。

