

[東京工業大学 1973 年 1]



次の条件を満たす整数の組 (p, q) をすべて求めよ。

$$0 < \left| \frac{p}{q} - \frac{2}{3} \right| < \frac{1}{q^2}$$



[東京工業大学 1973 年 2]



x^2 で割ると $x+1$ 余り, $(x+1)^2$ で割ると x 余る整式のうちで, 次数が最低のものを求めよ。



[東京工業大学 1973 年 3]



$0 \leq \alpha < \pi$, $0 < \beta < \frac{1}{2}$, $0 \leq x \leq 1$, $y \leq \cos(\pi\beta)$ であるとき, 不等式

$$\sin(\pi\beta) \leq y \sin(\alpha\beta) + x \sin\{(\pi - \alpha)\beta\}$$

が成り立つならば, $x=1$ であることを示せ。



[東京工業大学 1973 年 4]



2つの関数 $f(x) = x^3 + px + q$, $g(x) = x^3 + ax^2 + b$ について, $f(x)$ の極大値および極小値がそれぞれ $g(x)$ の極大値および極小値に等しいとき, p, q と a, b で表せ。ただし, $a > 0$ とする。



[東京工業大学 1973 年 5]



xy 平面上の曲線 $y = (ax - b)^2$ ($a, b > 0$) と x 軸, y 軸とで囲まれた部分を x 軸のまわりおよび y 軸のまわりに回転してできる 2 つの立体の体積が等しいとき, 積 ab は一定であることを示せ。



[東京工業大学 1973 年 6]



1つのさいころを3回投げるとき、1回目、2回目、3回目に出る目の数をそれぞれ a, b, c とする。

a, b, c を用いて2つの2次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, $g(x) = cx^2 + bx + a$ をつくる。このとき、 $f(10), g(10)$ がともに452より大きい確率を求めよ。

