

[東京工業大学 1969 年 1]



実数 a, b, c, x, y, z, p が次の 4 条件を満たしている :

$$a^2 - b^2 - c^2 > 0, ax + by + cz = p, ap < 0, x > 0,$$

このとき $x^2 - y^2 - z^2$ の符号を調べよ。



[東京工業大学 1969 年 2]



平面 P 上の 3 角形 ABC が次の条件

$$\angle A = \frac{\pi}{3}, AB = 4, AC = 3$$

を満たしている。 A を通り平面 P に垂直な直線上で、 A からの距離が 5 である点を D とする。

このとき次の問いに答えよ。

- (1) 点 D から直線 BC に引いた垂線の足を E とするとき、 DE の長さを求めよ。
- (2) $\triangle BCD$ を含む平面に A から引いた垂線の足を F とするとき、 AF の長さを求めよ。



[東京工業大学 1969 年 3]



(1) 点 (x, y) が原点 O を中心, a を半径とする円周上を動くとき

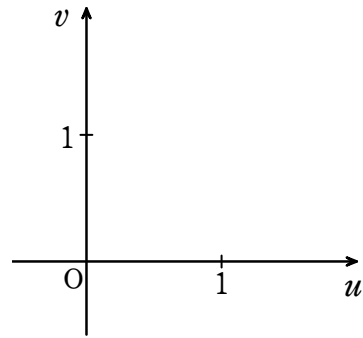
$$u = x + y + 1, v = 1 - 2xy$$

によって与えられる点 (u, v) はどんな曲線上にあるか。

(2) a が $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq a \leq 1$ の範囲を動くとき,

上の (u, v) の存在する範囲を上図に図示し,

それを囲む曲線の方程式を求めよ。



[東京工業大学 1969 年 4]



数列 $\{a_n\}$ は $3a_n > 2a_{n-1}$ ($n = 2, 3, \dots$) を満たしている。点 (x, y) が $|x| + |y| \leq 1$ の範囲を動くとき

$$X = a_n x + 2y, Y = a_{n-1} x + 3y$$

で与えられる点 (X, Y) の存在する範囲を S_n とする。すべての n に対して S_n の面積が 2 であるとき、

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。



[東京工業大学 1969 年 5]



$a_0 > 0, a_k \geq 0 (k = 1, 2, \dots, n), \sum_{k=0}^n a_k = 1$ のとき, 方程式 $x = \sum_{k=0}^n a_k x^k$ が $0 < x < 1$ を満たす

ただ 1 つの根をもつための必要十分条件は $\sum_{k=0}^n k a_k > 1$ であることを証明せよ。



[東京工業大学 1969 年 6]



$0 < x < y$ のとき, $x^2 e^{\frac{y}{x}}$, $y^2 e^{\frac{x}{y}}$ の大小関係を調べよ。

