

[ 東京工業大学 1965 年 4 ]



次数が 3 をこえない整式  $f(x)$  について

$\frac{1}{h} \int_{-h}^h f(x) dx$  を  $f(0)$ ,  $f(h)$ ,  $f(-h)$  で表す公式を作れ。



$f(x)$  は次数が 3 を超えないことなら  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  とおける。

このとき,  $f(0) = d$

$$f(h) = ah^3 + bh^2 + ch + d \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-h) = -ah^3 + bh^2 - ch + d \quad \cdots \textcircled{2}$$

である。

$$\begin{aligned} \frac{1}{h} \int_{-h}^h f(x) dx &= \frac{2}{h} \left[ \frac{b}{3} x^3 + dx \right]_0^h \\ &= \frac{2}{h} \left[ \frac{b}{3} h^3 + dh \right]_0^h \\ &= \frac{2}{3} bh^2 + 2d \\ &= \frac{1}{3} (2bh^2 + 6d) \end{aligned}$$

であり, ①, ②より  $f(h) + f(-h) = 2bh^2 + 2d$

さらに  $f(0) = d$  より

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} (2bh^2 + 6d) &= \frac{1}{3} (2bh^2 + 2d + 4d) \\ &= \frac{1}{3} \{f(h) + f(-h) + 4f(0)\} \end{aligned}$$

となる。

