

[ 東京工業大学 1965 年 1 ]



平面上に  $A(2, 7)$  と  $B(13, 0)$  と直線  $x + y - 5 = 0$  が与えられている。この直線上に 1 点  $P$  をとって  $AP + BP$  を最小にしたい。  $P$  の座標を求めよ。



$l: x + y - 5 = 0$  とする。2 点  $A, B$  は  $l$  の同じ側にある。

$l$  に関して  $A$  と対称な点を  $A'(s, t)$  とおく。

$$AA' \perp l \text{ であることから } \frac{t-7}{s-2} \cdot (-1) = -1 \Leftrightarrow s-t = -5 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{また, } A, A' \text{ の中点は } l \text{ 上にあるので, } \frac{2+s}{2} + \frac{7+t}{2} - 5 = 0 \Leftrightarrow s+t = 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } s = -2, t = 3 \text{ なので } A'(-2, 3)$$

$AP + BP$  が最小となるのは  $P$  が直線  $A'B$  と  $l$  の交点となるときである。

$$\text{直線 } A'B \text{ の方程式は } y = -\frac{1}{5}x + \frac{13}{5} \text{ であるから, } l \text{ と連立して } x = 3, y = 2$$

よって  $P(3, 2)$