

[東京工業大学 1963 年 1]



連立方程式 $x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz$, $x^2 = 2(y + z)$ を満たす正の整数解を求めよ。



[東京工業大学 1963 年 2]



$x > 0, y > 0, a > 0$ のとき, $x + y \leq 1 + a, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq 4(1 + a)$ ならば $(2x - 1)^2 < 4a(1 + a)$ が成り

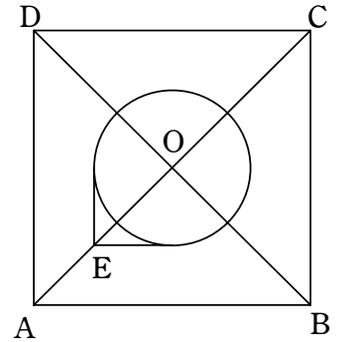
立つことを示せ。



[東京工業大学 1963 年 3]



図のように、1 辺の長さ 2 の正方形 $ABCD$ の内部に、対角線の交点 O を中心とする半径 r の円をえがき、 AB, AD に平行なその接線の交点を E とする。いま、 E を中心とする円を、円 O との相似の中心が A であるようにえがく。このとき、次の間に答えよ。



(1) 2 円 (円 O と円 E) が交わるような r の値の範囲を求めよ。

(2) 2 円が交わる時、交点を K, L とすれば、 $\theta = \angle KEL$ はどんな範囲にあるか。



[東京工業大学 1963 年 4]



次の関数の極大，極小を求めよ。

$$f(x) = 2 \tan^3 x - 3(\sqrt{3} + 1) \sec^2 x + 6\sqrt{3} \tan x - 1$$



[東京工業大学 1963 年 5]



a を正の定数とするとき、 $x \leq 0$ の範囲において 2 つの放物線

$$y = x^2, 6x = a^3 y^2 - 7ay$$

が囲む 2 つの部分の面積の比を求めよ。



[東京工業大学 1963 年 6]



二次関数 $f(x) = x^2 + px + q$ が任意な一次関数 $g(x)$ に対して

$$\int_0^a f(x)g(x) = 0 \quad (a \text{ は正の定数})$$

を満たすならば、 $f(x) = 0$ は範囲 $0 < x < a$ に 2 つの実根をもつことを証明せよ。

