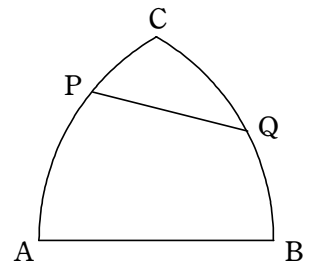


[東京工業大学 1960 年 数学 I 幾何 1]



線分 AB の両端 A, B をそれぞれ中心として、半径 AB の円をえがいてできた右の図を考える。弧 AC 上に点 P を、弧 BC 上に点 Q をとるとき、 $PQ \leq AB$ を証明せよ。



$\angle QAB = \alpha, \angle PBA = \beta$ とおくと

$0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3}, 0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{3}$ を満たす。

$\alpha = 0$ のときは $Q = B$ であり、

$PQ = PB = AB$ となって題意は成り立つ。

$\alpha \neq 0$ のときは $\angle PQB \geq \angle AQB = \angle ABQ \geq \angle PBQ$ なので

$\triangle PBQ$ において $\angle PQB \geq \angle PBQ$ である (等号成立は $\beta = 0$ のとき)。

したがって $PQ \leq PB = AB$ となって題意は成り立つ (等号成立は $\beta = 0$ のとき)。

