

[東京工業大学 1960 年 数学 代数 2]



$ax - (a+1)$ が x のいかんにかかわらず、つねに x^2 より小で、 $-(x+1)^2$ より大であるように、 a の範囲を求めよ。



条件より $x^2 > ax - (a+1)$ $x^2 - ax + (a+1) > 0$...

$x^2 - ax + (a+1) = 0$ の判別式を D_1 とすると、 a が任意の x に対して成り立つとき

$$D_1 = a^2 - 4(a+1) < 0 \quad a^2 - 4a - 4 < 0 \quad \text{より} \quad 2 - 2\sqrt{2} < a < 2 + 2\sqrt{2} \quad \dots$$

また、2 つ目の条件より $ax - (a+1) > -(x+1)^2$ $x^2 + (a+2)x - a > 0$...

$x^2 + (a+2)x - a = 0$ の判別式を D_2 とすると、 a が任意の x に対して成り立つとき

$$D_2 = (a+2)^2 + 4a < 0 \quad a^2 + 8a + 4 < 0 \quad \text{より} \quad -4 - 2\sqrt{3} < a < -4 + 2\sqrt{3} \quad \dots$$

求める条件は かつ より $2 - 2\sqrt{2} < a < -4 + 2\sqrt{3}$