

[東京工業大学 1959 年 数学 I 代数 2]



A は甲地を出発して一定の速さで乙地へ向かい、同時に B は乙地を出発して一定の速さで甲地に向かった。A は B と出会ってから 2 時間 30 分後に乙地に到着し、B は A と出会ってから 1 時間 36 分後に甲地に到着した。A, B の時速を求めよ。ただし、甲乙両地間の距離は 18km とする。



A の速度を時速 x km, B の速度を時速 y km とする。

$$A \text{ と } B \text{ が会おうまでの時間は } \frac{18}{x+y}$$

$$A \text{ が乙地に着くまでの時間は } \frac{18}{x}$$

$$B \text{ が甲地に着くまでの時間は } \frac{18}{y}$$

2 時間 30 分は $\frac{150}{60} = \frac{5}{2}$ 時間, 1 時間 36 分は $\frac{96}{60} = \frac{8}{5}$ 時間であるから

$$\text{条件より } \begin{cases} \frac{18}{x} - \frac{18}{x+y} = \frac{5}{2} \\ \frac{18}{y} - \frac{18}{x+y} = \frac{8}{5} \end{cases} \dots \text{① となる。}$$

$$\text{①の 2 式を辺々かけて } 18^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+y} \right) \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x+y} \right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 81 \left(\frac{y}{x(x+y)} \right) \left(\frac{x}{y(x+y)} \right) = 1$$

よって $(x+y)^2 = 81$ であり, $x+y > 0$ なので $x+y = 9$

このとき①より $x = 4, y = 5$ となる。

したがって A は時速 4 km, B は時速 5 km