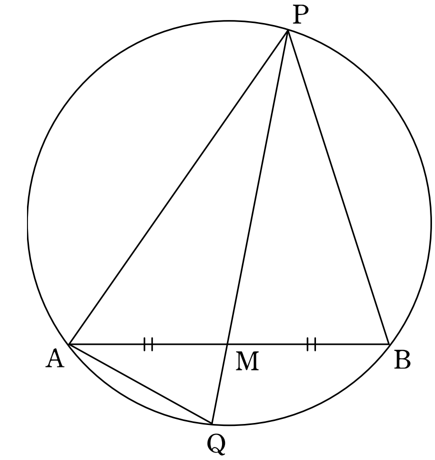
[東京工業大学 1959 年 幾何 $\boxed{2}$]

平面上に線分ABが与えられている。その中点をMとするとき，$\angle\mathrm{MPB}+\angle\mathrm{MAP}=90^\circ$ であるような点Pの軌跡を求めよ。



$\triangle\mathrm{APB}$ の外接円と直線PMとの交点をQとする。

$\angle\mathrm{BPM}=\angle\mathrm{MAQ}$ であり，

条件 $\angle\mathrm{MPB}+\angle\mathrm{MAP}=90^\circ$ より

$\angle\mathrm{PAQ}=90^\circ$ である。

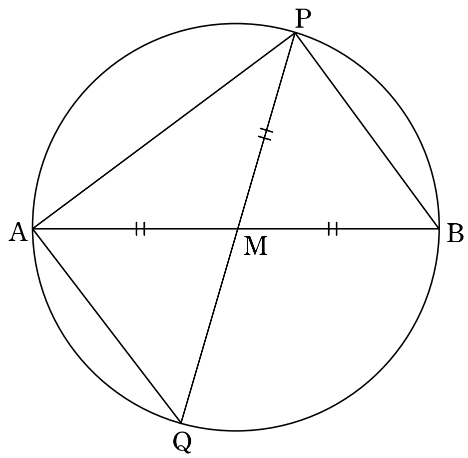
したがって，PQはこの外接円の直径であり，

中心はPQの中点である。

（ｉ）Mが外接円の中心と一致するとき

$\mathrm{MP}=\mathrm{AM}=$（一定）となるので，

PはABを直径とする円周上を動く。



（ⅱ）Mが外接円の中心と一致しないとき

$\mathrm{PM}\perp\mathrm{AB}$ となるので，PはABを直径とする円の周上にある。

ただし，PがMと一致する場合を除く。