[ 東京工業大学 1959 年 解析Ⅰ $\boxed{1}$ ]

$a,\ b,\ c\,;x,\ y,\ z$ はすべての正の数を表すとき，次の不等式を証明せよ。

⑴ $(b+c)(c+a)(a+b) \geqq 8abc$

⑵ $xyz \geqq (y+z-x)(z+x-y)(x+y-z)$

[ 東京工業大学 1959 年 解析 I $\boxed{2}$ ]

A は甲地を出発して一定の速さで乙地へ向かい, 同時に B は乙地を出発して一定の速さで甲地に向かった。A は B と出会ってから 2 時間 30 分後に乙地に到着し，B は A と出会ってから 1 時間 36 分後に甲地に到着した。A, B の時速を求めよ。ただし，甲乙両地間の距離は 18km とする。

**[ 東京工業大学 1959 年 解析Ⅰ $\boxed{3}$ ]**

放物線 $y^2 = 4x$ とただ 1 点を共有し, 円 $x^2 + y^2 = 1$ と 1 点または 2 点を共有する直線 $y = mx + h$ の傾きの範囲を求めよ。

[ 東京工業大学 1959 年 解析Ⅱ $\boxed{1}$ ]

$0 < \left|\dfrac{a}{b}\right| < 1$ のとき，次の条件を満たす数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。

$$ax_{n-1} + bx_{n+1} - (a+b)x_n = 0 \quad (n \geqq 1),\ -ax_0 + bx_1 = 0,\ \sum_{n=0}^{\infty} x_n = 1$$

**[ 東京工業大学 1959 年 解析Ⅱ $\boxed{2}$ ]**

$n$ を正の整数とするとき，次の極限値を求めよ。 $\displaystyle\lim_{x \to a} \frac{1}{x-a}\left(\frac{x^n - a^n}{x-a} - na^{n-1}\right)$

[ 東京工業大学 1959 年 解析Ⅱ $\boxed{3}$ ]

点 A$(0,\ -1)$ を通る直線が放物線 $y = x^2$ と第一象限の二点 P, Q で交わっている。P, Q の $x$ 座標をそれぞれ $p,\ q\ (p > q)$，原点 O を端点とする放物線の弧 OQ と二つの線分 OA, AQ とで囲まれた部分の面積を $S_1$，放物線の弧 PQ と線分 PQ とで囲まれた部分の面積を $S_2$ とする。このとき，$S_1 > S_2$ ならば，$\sqrt{3} > p > q > \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ であることを示せ。

**[ 東京工業大学 1959 年 幾何 $\boxed{1}$ ]**

直線 $y+2x=0$ に関して，円 $x^2+y^2-6x-2y-6=0$ と対称な円の中心の座標を求めよ。

[ **東京工業大学 1959 年 幾何 $\boxed{2}$** ]

☆

平面上に線分 AB が与えられている。その中点を M とするとき，$\angle\mathrm{MPB}+\angle\mathrm{MAP}=90^\circ$ であるような点 P の軌跡を求めよ。

☆

**[ 東京工業大学 1959 年 数学 I 幾何 $\boxed{3}$ ]**

おのおのの内角の二等分線が正方形をつくるような四辺形は，実はどんな四辺形であるか。