

[ 東京工業大学 1959 年 数学 I 代数 1 ]



$a, b, c; x, y, z$  はすべての正の数を表すとき, 次の不等式を証明せよ。

(1)  $(b+c)(c+a)(a+b) \geq 8abc$

(2)  $xyz \geq (y+z-x)(z+x-y)(x+y-z)$



[ 東京工業大学 1959 年 数学 I 代数 2 ]



A は甲地を出発して一定の速さで乙地へ向かい、同時に B は乙地を出発して一定の速さで甲地に向かった。A は B と出会ってから 2 時間 30 分後に乙地に到着し、B は A と出会ってから 1 時間 36 分後に甲地に到着した。A, B の時速を求めよ。ただし、甲乙両地間の距離は 18km とする。



[ 東京工業大学 1959 年 数学 I 幾何 1 ]



平面上に線分  $AB$  が与えられている。その中点を  $M$  とするとき、 $\angle MPB + \angle MAP = 90^\circ$  であるような点  $P$  の軌跡を求めよ。



[ 東京工業大学 1959 年 数学 I 幾何 2 ]



おのおのの内角の二等分線が正方形をつくるような四辺形は、実はどんな四辺形であるか。



[ 東京工業大学 1959 年 数学Ⅱ 1 ]



放物線  $y^2 = 4x$  とただ 1 点を共有し、円  $x^2 + y^2 = 1$  と 1 点または 2 点を共有する直線  $y = mx + h$  の傾きの範囲を求めよ。



[ 東京工業大学 1959 年 数学 2 ]



三次方程式  $20x^3 - 30x^2 + 12x - 1 = 0$  は 3 つの実根をもつことを証明せよ。



[ 東京工業大学 1959 年 数学Ⅲ 1 ]



$0 < \left| \frac{a}{b} \right| < 1$  のとき，次の条件を満たす数列  $\{x_n\}$  の一般項を求めよ。

$$ax_{n-1} + bx_{n+1} - (a+b)x_n = 0 \quad (n \geq 1), \quad -ax_0 + bx_1 = 0, \quad \sum_{n=0}^{\infty} x_n = 1$$



[ 東京工業大学 1959 年 数学Ⅲ 2 ]



$a > 0$  とし, 3 つの放物線  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $y = -\frac{x^2}{2} + x + 2$ ,  $y = -\frac{x^2}{2} + x + 2 + a$  で囲まれた部分の面積を

$S(a)$  とするとき, 極限值  $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{S(a)}{a}$  を求めよ。

