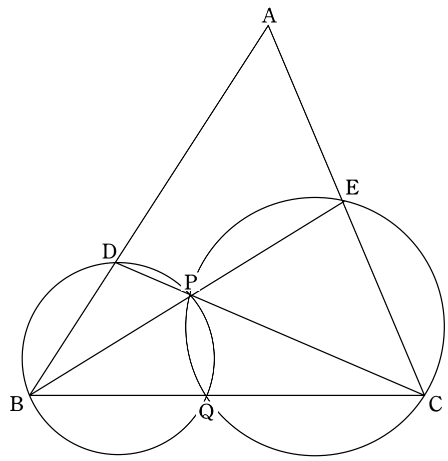
[東京工業大学 1958 年 幾何 $\boxed{2}$]

☆―――――――――――――――――――――――――――――――――――――☆

4 直線が交わって 4 つの三角形ができているとき，それらの外接円はことごとく同一の点を通ることを証明せよ。

☆―――――――――――――――――――――――――――――――――――――☆



4 直線 AB, AC, BE, CD が交わってできる 4 つの三角形を

$\triangle$ABE，$\triangle$ACD，$\triangle$BPD，$\triangle$CPE

とする。

$\triangle$PBD と $\triangle$PCE の外接円の交点を Q とする。

このとき，$\angle CEQ = \angle CPQ = \angle QBD$ が成り立つから

$\angle CEQ = \angle QBA$ となり，

4 点 A, B, Q, E は同一円周上にあるので $\triangle$ABE の外接円は Q を通る。

同様にして，$\triangle$ADC の外接円も Q を通る。

他の 2 つの三角形も Q を通るので，4 つの三角形の外接円はいずれも点 Q を通る。