



$x = \frac{b-c}{1+bc}$, $y = \frac{c-a}{1+ca}$, $z = \frac{a-b}{1+ab}$ なるとき, $x+y+z-xyz$ をなるべく簡単にせよ。



$$\begin{aligned}
 x+y+z-xyz &= \frac{b-c}{1+bc} + \frac{c-a}{1+ca} + \frac{a-b}{1+ab} - \frac{b-c}{1+bc} \cdot \frac{c-a}{1+ca} \cdot \frac{a-b}{1+ab} \\
 &= \frac{(b-c)(1+ca) + (c-a)(1+bc)}{(1+bc)(1+ca)} + \frac{a-b}{1+ab} - \frac{b-c}{1+bc} \cdot \frac{c-a}{1+ca} \cdot \frac{a-b}{1+ab} \\
 &= \frac{b-c+abc-c^2a+c-a+bc^2-abc}{(1+bc)(1+ca)} + \frac{a-b}{1+ab} - \frac{b-c}{1+bc} \cdot \frac{c-a}{1+ca} \cdot \frac{a-b}{1+ab} \\
 &= \frac{-(a-b)(1+c^2)}{(1+bc)(1+ca)} + \frac{a-b}{1+ab} - \frac{b-c}{1+bc} \cdot \frac{c-a}{1+ca} \cdot \frac{a-b}{1+ab} \\
 &= (a-b) \frac{-(1+c^2)(1+ab) + (1+bc)(1+ca)}{(1+bc)(1+ca)(1+ab)} - \frac{b-c}{1+bc} \cdot \frac{c-a}{1+ca} \cdot \frac{a-b}{1+ab} \\
 &= (a-b) \frac{-(1+ab+c^2+abc^2)+1+ca+bc+abc^2}{(1+bc)(1+ca)(1+ab)} - \frac{b-c}{1+bc} \cdot \frac{c-a}{1+ca} \cdot \frac{a-b}{1+ab} \\
 &= (a-b) \frac{(b-c)(c-a)}{(1+bc)(1+ca)(1+ab)} - \frac{b-c}{1+bc} \cdot \frac{c-a}{1+ca} \cdot \frac{a-b}{1+ab} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$