

[ 東京工業大学 1957 年 解析 1 ]



$x = \frac{b-c}{1+bc}$ ,  $y = \frac{c-a}{1+ca}$ ,  $z = \frac{a-b}{1+ab}$  なるとき,  $x+y+z-xyz$  をなるべく簡単にせよ。



[ 東京工業大学 1957 年 解析 I 2 ]



実係数の 2 つの二次方程式  $x^2 + ax + b = 0$ ,  $x^2 + cx + d = 0$  の係数の間に  $ac = 2(b + d)$  という関係があるならば, これらの方程式の少なくとも一方は実根をもつことを証明せよ。



[ 東京工業大学 1957 年 解析 I 3 ]



(1)  $n + (-1)^n > A$  であるような  $n$  の最小な非負の整数値は  $a + 1 - \frac{1}{2}\{1 + (-1)^a\}$  で与えられること

を示せ。ただし、 $A$  は与えられた正数、 $a$  は  $A$  を超えない最大の整数とする。

(2)  $a, b$  を正数とするとき、 $\left(\frac{a^2 + b^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$  と  $\left(\frac{a^3 + b^3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$  との大小を比較せよ。



[ 東京工業大学 1957 年 解析Ⅱ 1 ]



(1)  $x$  を正数とするとき, 次の不等式を証明せよ。

$$(1+x)^n \geq 1+nx \quad (n=1, 2, \dots)$$

(2) 次の不等式を証明せよ。

$$1 + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt[2^n]{n} \quad (n=1, 2, \dots)$$

(3) 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$$



[ 東京工業大学 1957 年 解析Ⅱ 2 ]



$g(x) = \frac{x}{1+|x|}$ ,  $f(x) = g(x+1) - g(x)$  なるとき, 次の無限級数の和を求めよ。

$$f(x) + f(x-1) + f(x-2) + \dots$$

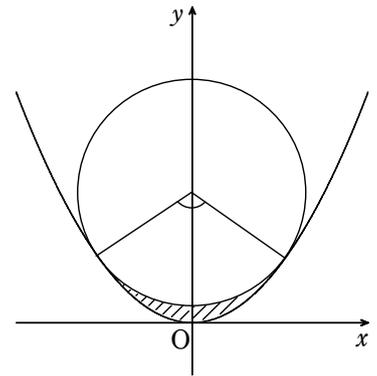


[ 東京工業大学 1957 年 解析Ⅱ 3 ]



中心が  $y$  軸上にありしかも  $x$  軸と交わらない半径 1 の円が放物線  $y = x^2$  と 2 点を共有している。この円の下方の弧とこの放物線とが囲む図形を  $F$  とする。

- (1)  $F$  を見込むこの円の中心角はいくらか。
- (2)  $F$  の面積はいくらか。



[ 東京工業大学 1957 年 幾何 1 ]



与えられた円の 1 点  $A$  から直径  $AB$  および接線  $AT$  を引く。接線  $AT$  上の 1 点  $T$  から第 2 の接線  $TS$  を引き、その接点  $S$  から  $AB$  に垂線  $SM$  を引く。このとき、線分  $SM$  は  $TB$  によって 2 等分されることを証明せよ。



[ 東京工業大学 1957 年 幾何 2 ]



正三角形  $ABC$  の外接円の任意の 1 点を  $P$  とするとき、 $PA^2 + PB^2 + PC^2$  は  $6R^2$  に等しいことを証明せよ。ただし  $R$  は外接円の半径を表す。



[ 東京工業大学 1957 年 幾何 3 ]



四面体の稜とこれに対する稜の midpoint とで定まる平面は, ことごとく, 1 点を共有することを示せ。

