[東京工業大学 1956 年 解析Ⅰ $\boxed{2}$]

2つの n 次の整式 $\mathrm{P}(x)$, $\mathrm{Q}(x)$ が $n+1$ 個の相異なる x の値に対して相等しいならば，これらの整式は恒等的に相等しいことを証明せよ。

$\mathrm{R}(x)=\mathrm{P}(x)-\mathrm{Q}(x)$ とおくと，$\mathrm{R}(x)$ は高々 n 次の整式である。

ここで，$n+1$ 個の相異なる x の値 $x=a_i$ $(1\leqq i\leqq n+1)$ に対して $\mathrm{R}(a_i)=0$ とすると，

因数定理より $\mathrm{R}(x)=(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_{n+1})\mathrm{S}(x)$ …① と因数分解される。

いま，$\mathrm{S}(x)\neq 0$ であるとすると①の左辺は高々 n 次，右辺は $n+1$ 次となり，矛盾。

よって $\mathrm{S}(x)=0$ である。よって $\mathrm{R}(x)=0$ となるから $\mathrm{P}(x)=\mathrm{Q}(x)$ となる。