

[東京工業大学 1956 年 解析 1]



a, b, c を 1 より小さい正数とするとき, 次の不等式を証明せよ。

$$a + b + c - abc < 2$$



[東京工業大学 1956 年 解析 I 2]



2つの n 次の整式 $P(x)$, $Q(x)$ が $n+1$ 個の相異なる x の値に対して相等しいならば, これらの整式は恒等的に相等しいことを証明せよ。



[東京工業大学 1956 年 解析 3]



x の二次関数 y がある。 x が $-1, 0, 1$ のとき, y の値はそれぞれ $-1, -2, 1$ に等しい。この関数の
グラフが x 軸から切りとる線分の長さを求めよ。



[東京工業大学 1956 年 解析Ⅱ 1]



r を正の整数とする。極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n k^r}{n^a}$ が 0 でない有限な値として存在するためには、 a はどんな

値でなければならぬか。また、このときの極限值を求めよ。



[東京工業大学 1956 年 解析Ⅱ 2]



$f(x)$ を x について微分できる関数とすると、次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} \left\{ f\left(\frac{x}{n}\right) - f(0) \right\}^k$$

ただし、 $\binom{n}{k}$ は相異なる n 個のものから k 個をとり出す組合せの数を表す。

とくに $f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)$ のとき、問題の極限値はどうなるか。



[東京工業大学 1956 年 解析Ⅱ 3]



2 つの曲線 $y = \sqrt{x}$, $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ と x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。



[東京工業大学 1956 年 幾何 1]



2つの三角形 ABC , $A'B'C'$ において $\angle A$ と $\angle A'$ とは補角をなし, $\angle B$ と $\angle B'$ とは相等しいとする。

このとき, 次の関係式を証明せよ。

$aa' = bb' + cc'$ ここに, a, \dots, c' はそれぞれ辺 $BC, \dots, A'B'$ の長さを表す。



[東京工業大学 1956 年 幾何 2]



三角形 ABC において $\angle B$, $\angle C$ の二等分線が対辺と交わる点をそれぞれ D , E とし, これらの二等分線の交点を I とする。もし ID と IE とが相等しいならば, 三角形 ABC はどんな形であるか。



[東京工業大学 1956 年 幾何 3]



(1) 円に外接する等角多角形は正多角形か。

(2) 円に内接する等角多角形は正多角形か。

