Mathematics Reflection

Assist

Assist $\boxed{1-1}$

$\dfrac{5+2\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。a, b の値をそれぞれ求めよ。また，$4b^3-6b^2-b+3$ の値を求めよ。

Assist $\boxed{1-2}$

６個の数字０，１，１，２，２，３を全部使って６桁の整数を作る。

(1) ６桁の整数は全部で何個できるか求めよ。

(2) ２０００００以上の整数は何個できるか求めよ。

Assist $\boxed{1-3}$

a は実数の定数とする。x の２次方程式 $x^2+ax+a^2=3$ …① がある。

(1) ①が実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

(2) ①が正の実数解をもたないような a の値の範囲を求めよ。

Assist $\boxed{1-4}$

a は実数の定数とする。x の２次方程式 $x^2+ax+a^2>x+a+1$ …① がある。

(1) すべての実数 x に対して②が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

(2) ①が成り立たない整数 x が $x=0$ だけであるような a の値の範囲を求めよ。

Assist $\boxed{1-5}$

６個の箱があり，１から６まで番号がついている。１個のサイコロを振り，出た目の数と同じ数のついた箱へ球を１個入れる。球を元に戻さずにこれを４回繰り返す。

(1) ４個の箱に１個ずつ球が入る確率を求めよ。

(2) ２個の箱に２個ずつ球が入る確率を求めよ。

Assist $\boxed{2-1}$

(1) $\left(\dfrac{1}{27}\right)^{4\log_3\sqrt{2}}$ を簡単にせよ。

(2) 方程式 $\log_{x-1}(x^3-4x^2-x+4)=2$ を解け。

Assist $\boxed{2-2}$

三角形ABCにおいて，$\mathrm{BC}=5,\ \angle\mathrm{A}=\dfrac{\pi}{4},\ \angle\mathrm{C}=\theta$ とする。

(1) $\mathrm{AB}=\boxed{\text{ア}}\sin\theta,\ \mathrm{CA}=\boxed{\text{イ}}\sin\theta+\boxed{\text{ウ}}\cos\theta$ である。

(2) 三角形ABCの面積をSとすると，

$S=\boxed{\text{エ}}\sin\left(2\theta-\boxed{\text{オ}}\right)+\boxed{\text{カ}}$ （ただし，$\boxed{\text{エ}}>0$，$0<\boxed{\text{オ}}<2\pi$）と表せる。

したがって，Sは $\theta=\boxed{\text{キ}}$ のとき，最大値$\boxed{\text{ク}}$をとる。

Assist $\boxed{2-3}$

xy平面上に，曲線C ： $x^2+y^2+2ax-6ay+11a^2+2a-3=0$（$a$は実数の定数）がある。

Cは円を表すものとする。

(1) aのとり得る値の範囲を求めよ。

(2) Cの中心の軌跡を求めよ。

(3) Cのうちで面積が最大のものをC_0とする。C_0の中心の座標と半径を求めよ。

(4) 点$(x,\ y)$がC_0上にあるとする。このとき，$x+y$，x^2+y^2のとり得る値の範囲をそれぞれ求めよ。

Assist $\boxed{3-1}$

三角形ABCは，$AB=3$, $CA=3\sqrt{2}$, $\angle BAC=135^\circ$ とする。

(1) 三角形ABCの面積を求めよ。

(2) $\angle BAC$の三等分線が辺BCと交わる点を，Bに近い方からD, Eとする。AD, DEを求めよ。

Assist $\boxed{3-2}$

円に内接する四角形ABCDは，$AB=3$, $BC=6$, $BD=2\sqrt{11}$, $DA=5$ とする。

(1) $\cos\angle BAD$を求めよ。

(2) CDを求めよ。

Bから辺CDに下ろした垂線の足をEとする。

(3) DEを求めよ。

Assist $\boxed{3-3}$

$AB=4$, $AC=3$, $\angle BAC=60^\circ$である三角形ABCの外接円の中心をOとする。

(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$を求めよ。

(2) $\overrightarrow{AO}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$と表すとき，$x$, yを求めよ。

(3) 直線AOと直線BCの交点をRとするとき，$BR:RC$の値を求めよ。

Assist $\boxed{3-4}$

xyz空間に，３点$P(3, 10, 3)$, $Q(3, 11, 5)$, $R(2, 12, 6)$がある。

(1) 三角形PQRの面積を求めよ。

(2) ３点P, Q, Rを含む平面とz軸の交点の座標を求めよ。

(3) ２点Q, Rを通る直線上に，２点A, Bを三角形PABが正三角形になるようにとるとき，

三角形PABの面積を求めよ。

Assist $\boxed{4-1}$

実数 $x,\ y$ は $2x+3y=6$ を満たしているとする。このとき，4^x+8^y の最小値を求めよ。

Assist $\boxed{4-2}$

数列 $\{a_n\}$（$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）の一般項は，$a_n=\sum_{k=1}^{n}(k^2-k)$ とする。

(1) a_n を n の式で表せ。

(2) $\sum_{k=2}^{60}\frac{1}{a_k}$ を求めよ。

Assist $\boxed{4-3}$

xy 平面において，x 座標，y 座標がともに整数である点 $(x,\ y)$ を格子点という。

$x,\ y$ が条件 「$x\geqq 1$ かつ $y\geqq 1$ かつ $\log_2 y\leqq \log_4 x^2+x$ 」…（＊）

を満たしているとする。

(1) $x=1$ かつ条件（＊）を満たす格子点の個数を求めよ。

(2) $x=2$ かつ条件（＊）を満たす格子点の個数を求めよ。

(3) $x\leqq 3$ かつ条件（＊）を満たす格子点の個数を求めよ。

(4) n は自然数とする。$1\leqq x\leqq n$ かつ条件（＊）を満たす格子点の個数を n を用いて表せ。

Assist $\boxed{4-4}$

n は自然数とする。数直線上の点 $\mathrm{A}_n(a_n,\ 0),\ \mathrm{B}_n(b_n,\ 0)$ が次のように定められている。

点 A_{n+1} は線分 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$ を $4:1$ に内分する点とし，点 B_{n+1} は線分 $\mathrm{B}_n\mathrm{A}_{n+1}$ を $4:1$ に内分する点とする。

ただし，$a_1=1,\ b_1=6$ とする。

(1) $a_{n+1},\ b_{n+1}$ を $a_n,\ b_n$ を用いて表せ。

(2) $c_n=a_n-b_n$ とおくとき，数列 $\{c_n\}$ の一般項 c_n を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

Assist $\boxed{5-1}$

２つの曲線 $y=-x^3+a$，$y=-x^2+bx+c$ は，点 $(-1,\ 2)$ において接線 ℓ を共有している。このとき，

$a,\ b,\ c$ の値および接線 ℓ の方程式を求めよ。

Assist $\boxed{5-2}$

等式 $\int_x^a f(t)dt=2x^3-9x^2+12x-5$ を満たす関数 $f(x)$，および定数 a の値を求めよ。

また，このとき，$\int_0^3 |f(x)|dx$ を求めよ。

Assist $\boxed{5-3}$

xy 平面上に，放物線 $C: y=\dfrac{1}{6}x^2-3$ と，C 上にない点 $\mathrm{A}(3,\ a)$ がある。

A から C に３本の異なる法線が引けるような a のとり得る値の範囲を求めよ。

なお，点 P における C の法線とは，C 上の点 P を通り，P における C の接線に垂直な直線である。

Assist $\boxed{5-4}$

p は実数の定数で，$0<p<4$ とする。

xy 平面上に頂点が $\left(p,\ -p^2\right)$ で，点 $(4,\ 0)$ を通る放物線 C がある。

(1) C の方程式を p を用いて表せ。

(2) C と x 軸で囲まれてできる図形の面積を S とする。S を p を用いて表せ。

(3) S の最大値を求めよ。

$e^{i\pi}+1=0$