

## 開平法

$\sqrt{2} = 1.41421356\dots$ ,  $\sqrt{3} = 1.7320508\dots$ ,  $\sqrt{5} = 2.2360679\dots$ などの値は覚えていて知っているものの  $\sqrt{7}$  は覚えていないというような人は結構多いと思います。

安い電卓でも  $\sqrt{\quad}$  の計算はしてくれますから覚えていなくても困るものではないのでしょうか。

しかしながら、平方根を筆算で計算する方法「開平法」を紹介します。

<例> 127449 という数について  $\sqrt{127449}$  を計算する。

① 小数点を基準に2桁ずつ区切る。

$$12|74|49 \text{ となります。}$$

② 12以下の整数で、2乗して12に近くなるような最大の数を求める。

この場合は3ですね。

③ 答えの平方根が実際に現れる部分（右側）の計算を**主運算**、その補助として使用する部分（左側）の計算を**副運算**といいます。副運算では  $3+3$  を計算して6を、主運算の方で  $3 \times 3$  を計算して9を求め、12から9を引いて3を下ろします。

副運算	主運算
3	3
3	9
6	3

④ 次の区切りである74を下ろし、374を作る。

$6\boxed{\quad} \times \boxed{\quad}$  が374以下になるような最大の整数  $\boxed{\quad}$  を求める。

この場合は  $6\boxed{5} \times \boxed{5} = 325$  より5が入る。ここで見つけた5が平方根の次の数字になる。

副運算では  $65+5$  を計算して70を、主運算の方では  $65 \times 5$  を計算して325を求め、374から325を引いて49を下ろす。

副運算	主運算
3	3
3	9
65	3
5	3
70	49

⑤ 次の区切りである49を下ろし、4949を作る。

そして、 $70\boxed{\phantom{0}}\times\boxed{\phantom{0}}$ が4949になるような最大の整数 $\boxed{\phantom{0}}$ を求める。

この場合は $70\boxed{7}\times\boxed{7}=4949$ より7が入る。ここで見つけた7が平方根の次の数字になる。

副演算では $707+7$ を計算して714を、主演算の方では $707\times 7$ を計算して4949を求め、4949から4949を引いて0を得る。

副演算	主演算
	$\begin{array}{r l} 3 & 5 & 7 \\ \hline 3 & 12 & 74 & 49 \\ 3 & & 9 & \\ \hline 65 & 3 & 74 & \\ 5 & 3 & 25 & \\ \hline 707 & & 49 & 49 \\ 7 & & 49 & 49 \\ \hline 714 & & & 0 \end{array}$

したがって、 $\sqrt{127449} = 357$ であることがわかった。

(余りが0にならず、開ききれない場合は、さらに2桁ずつ増やして同様の計算を続けていく)

何でこんな風に求まるのか不思議に思うのも無理ありません。

次の式をよく眺めるとカラクリが見えます。

$$\begin{aligned} 357^2 &= (300+50+7)^2 \\ &= 300^2 + 50^2 + 7^2 + 2\cdot 300\cdot 50 + 2\cdot 50\cdot 7 + 2\cdot 7\cdot 300 \\ &= 300^2 + (2\cdot 300 + 50)\cdot 50 + (2\cdot 300 + 2\cdot 50 + 7)\cdot 7 \end{aligned}$$

最後に $\sqrt{7}$ を小数第2位まで計算してみましょう。

	$\begin{array}{r l} 2 & 6 & 4 \\ \hline 2 & 7 & 00 & 00 \\ 2 & & 4 & \\ \hline 46 & 3 & 00 & \\ 6 & 2 & 76 & \\ \hline 524 & & 24 & 00 \\ 4 & & 20 & 96 \\ \hline 528 & & 3 & 04 \end{array}$
--	---

よって $\sqrt{7}$ の近似値は2.64とわかります。