ベクトルの外積・<答案への記述回避策>・<こんなときは簡単に計算できる>

空間ベクトルの外積とは，２つのベクトル $\vec{a}=(a,\ b,\ c),\ \vec{p}=(p,\ q,\ r)$ に対し，

$$\vec{a}\times\vec{p}=(br-cq,\ cp-ar,\ aq-bp)$$

で定義され，$\vec{a}$ と $\vec{p}$ の両方に垂直なベクトル（の１つ）となります。

この知識は高校までの数学では範囲外なので，生徒からは「大学入試で使用してもよいですか？」という質問があがるのですが、次のようにすれば（使用しても）答案に書く必要はないと思います。

【例題】 $\vec{a}=(1,\ 2,\ 3),\ \vec{p}=(-2,\ 1,\ 2)$ の両方に垂直なベクトルの１つが $(1,\ x,\ y)$ であるとき，$x,\ y$ を求めよ。

［準備］ $\vec{a}\times\vec{p}=(1,\ 2,\ 3)\times(-2,\ 1,\ 2)=(2\cdot 2-3\cdot 1,\ 3\cdot(-2)-1\cdot 2,\ 1\cdot 1-2\cdot(-2))=(1,\ -8,\ 5)$

と解答用紙以外のところでこっそり計算してしまい，答えを求めておく。

［解答］ $(1,\ 2,\ 3)\cdot(1,\ -8,\ 5)=0$，$(-2,\ 1,\ 2)\cdot(1,\ -8,\ 5)=0$ である。よって $x=-8,\ y=5$

［メモ］ 「どのようにして $(1,\ -8,\ 5)$ を求めたのか」ということについては，「教師→生徒」の場面では説明する必要があるでしょうが，「生徒（受験生）→入試採点者」という場面では必要ないと思います。

<こんなときは簡単に計算できる>

① 成分の１つに０があるとき

【例題】２つのベクトル $(1,\ 3,\ 7)$ と $(-2,\ 1,\ 0)$ の両方に垂直なベクトルを１つ求めよ。

まず，$(-2,\ 1,\ 0)$ に垂直なベクトルとして $\left(1,\ 2,\ \boxed{}\right)$ をとる。

■ ０を成分にもつベクトルのうち，０以外の成分を入れ替え，どちらかに－をつける

０だった所は $\boxed{}$ にしておく。

次に，もう１つのベクトル $(1,\ 3,\ 7)$ と垂直になるように $\boxed{}$ を決める。

■ $(1,\ 3,\ 7)\cdot\left(1,\ 2,\ \boxed{}\right)=1+6+7\times\boxed{}=0$ から $\boxed{}=-1$

よって，求めるベクトルは $(1,\ 2,\ -1)$

② 成分のうち２つが平行（または一致）しているとき

【例題】２つのベクトル$(2,\ 3, -1)$と$(2,\ -1,\ -1)$の両方に垂直なベクトルを１つ求めよ。

求めるベクトルは $(1,\ 0,\ 2)$ である。

■ ２つの同じ成分を入れ替えてどちらかに－を付け，残りの成分は０にする