

三角関数公式集

■ 相互関係

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 && \dots \textcircled{1} \\ \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} && \dots \textcircled{2} \\ 1 + \tan^2 \theta &= \frac{1}{\cos^2 \theta} && \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

①を $\cos^2 \theta$ で割り、②を使うと③が導ける

■ 加法定理

$$\begin{aligned} \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta && \dots \textcircled{4} \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta && \dots \textcircled{5} \\ \tan(\alpha \pm \beta) &= \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta} \end{aligned}$$

他の公式の基本となる重要公式

$\tan(\alpha - \beta)$ は2直線のなす角を
求める際に利用される

■ 半角の公式

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta &= \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \\ \cos^2 \theta &= \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \end{aligned}$$

■ 倍角の公式

$$\begin{aligned} \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ \cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ &= 2 \cos^2 \theta - 1 && \dots \textcircled{6} \\ &= 1 - 2 \sin^2 \theta && \dots \textcircled{7} \\ \tan 2\theta &= \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \end{aligned}$$

⑥, ⑦を変形

■ 3倍角の公式

$$\begin{aligned} \sin 3\theta &= 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta \\ \cos 3\theta &= -3 \cos \theta + 4 \cos^3 \theta \end{aligned}$$

■ 積→和の公式

■ 和→積の公式

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \} && \sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \\ \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \} && \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \\ \sin \alpha \sin \beta &= -\frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \} && \cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \end{aligned}$$

数Ⅲ「積分」などで活躍

方程式・不等式などで活躍

■ 合成

$$\begin{aligned} a \sin \theta + b \cos \theta &= \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha) \quad \text{ただし, } \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ a \sin \theta + b \cos \theta &= \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta - \beta) \quad \text{ただし, } \sin \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{aligned}$$

sin に合成することが多いが、cos に合成することもあるので両方できるようにする