

149. 接線の方程式③

$$(1) y = x \quad (2) y = \sqrt{3}x + 4 \quad (3) y = \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) y = \frac{1}{e}x$$

次の関数のグラフの与えられた x 座標における接線の方程式を求めよ。

$$(1) y = \frac{x}{1+x}, \quad x=0$$

$$f(x) = \frac{x}{1+x} \quad \text{とおくと} \quad f(0) = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (1+x) - x \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{1}{(1+x)^2} \quad \text{より} \quad f'(0) = 1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, 求める接線の方程式は $y = x$

$$(2) y = \sqrt{4-x^2}, \quad x = -\sqrt{3}$$

$$f(x) = \sqrt{4-x^2} = (4-x^2)^{\frac{1}{2}} \quad \text{とおくと} \quad f(-\sqrt{3}) = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(4-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2x) = -x(4-x^2)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{より} \quad f'(-\sqrt{3}) = \sqrt{3} \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, 求める接線の方程式は $y-1 = \sqrt{3}(x+\sqrt{3}) \Leftrightarrow y = \sqrt{3}x + 4$

$$(3) y = \cos x, \quad x = \frac{\pi}{6}$$

$$f(x) = \cos x \quad \text{とおくと} \quad f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f'(x) = -\sin x \quad \text{より} \quad f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, 求める接線の方程式は $y - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$(4) y = \log x, \quad x = e$$

$$f(x) = \log x \quad \text{とおくと} \quad f(e) = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} \quad \text{より} \quad f'(e) = \frac{1}{e} \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, 求める接線の方程式は $y-1 = \frac{1}{e}(x-e) \Leftrightarrow y = \frac{1}{e}x$