

$$(1) y' = \frac{-9x+13}{(x-3)^3} \quad (2) y' = \frac{3x^2+2x+1}{4\sqrt[4]{\{(x+1)(x^2+2)\}^3}}$$

$$(3) y' = \left(\cos x \log x + \frac{\sin x}{x} \right) x^{\sin x} \quad (4) y' = \left(\log \sin x + \frac{x \cos x}{\sin x} \right) (\sin x)^x$$

次の関数を微分せよ。

$$(1) y = \frac{(2x+1)(x-2)}{(x-3)^2} = \frac{2x^2-3x-2}{(x-3)^2}$$

$$y' = \frac{(4x-3)(x-3)^2 - (2x^2-3x-2) \cdot 2(x-3)}{(x-3)^4} = \frac{(4x-3)(x-3) - 2(2x^2-3x-2)}{(x-3)^3}$$

$$= \frac{4x^2-15x+9-4x^2+6x+4}{(x-3)^3} = \frac{-9x+13}{(x-3)^3}$$

$$(2) y = \sqrt[4]{(x+1)(x^2+2)} = \{(x+1)(x^2+2)\}^{\frac{1}{4}}$$

$$y' = \frac{1}{4} \{(x+1)(x^2+2)\}^{-\frac{3}{4}} \cdot \{(x^2+2) + (x+1) \cdot 2x\} = \frac{3x^2+2x+1}{4\sqrt[4]{\{(x+1)(x^2+2)\}^3}}$$

$$(3) y = x^{\sin x}$$

$$\text{両辺に } e \text{ を底とする対数をとって } \log y = \log x^{\sin x} \Leftrightarrow \log y = \sin x \cdot \log x$$

$$\text{両辺を } x \text{ で微分すると } \frac{1}{y} \cdot y' = \cos x \log x + (\sin x) \cdot \frac{1}{x}$$

$$\text{よって } y' = \left(\cos x \log x + \frac{\sin x}{x} \right) x^{\sin x}$$

$$(4) y = (\sin x)^x \quad (0 < x < \pi)$$

$$\text{両辺に } e \text{ を底とする対数をとって } \log y = \log(\sin x)^x \Leftrightarrow \log y = x \log \sin x$$

$$\text{両辺を } x \text{ で微分すると } \frac{1}{y} \cdot y' = \log \sin x + x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x$$

$$\text{よって } y' = \left(\log \sin x + \frac{x \cos x}{\sin x} \right) (\sin x)^x$$