１４５．微分④

（1）$y'=40x(5x^2-3)^3$	（2）$y'=-\dfrac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$	（3）$y'=\dfrac{6\tan(3x-1)}{\cos^2(3x-1)}$
（4）$y'=\dfrac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$	（5）$y'=e^{x^2}(\log x)^2\left\{\log x+2x^2(\log x)+3\right\}$	（6）$y'=-\dfrac{1}{2\left(1+\sqrt{x}\right)\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$

次の関数を微分せよ。

（1）$y=(5x^2-3)^4$

$$y'=4(5x^2-3)^3\cdot 10x=40x(5x^2-3)^3$$

（2）$y=\sqrt{\dfrac{1}{x^2+1}}=\left(x^2+1\right)^{-\frac{1}{2}}$

$$y'=-\frac{1}{2}\left(x^2+1\right)^{-\frac{3}{2}}\cdot 2x=-\frac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

微分した後の関数の形については，同じ関数でも様々な表記が考えられます。

一応，出題された問題の関数の形式に合わせておくのが無難ですが，そうしなければ

ならないというものでもありません。数学も伝統文化の継承的なところがあり，

慣例というか，不文律のようなものがいろいろあります。

（3）$y=\tan^2(3x-1)$

$$y'=2\left\{\tan(3x-1)\right\}\cdot\left(\frac{1}{\cos^2(3x-1)}\right)\cdot 3=\frac{6\tan(3x-1)}{\cos^2(3x-1)}$$

（4）$y=\log(e^{2x}+1)$

$$y'=\frac{1}{e^{2x}+1}\cdot 2e^{2x}=\frac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$$

（5）$y=xe^{x^2}(\log x)^3$

$$y'=e^{x^2}(\log x)^3+x\cdot 2xe^{x^2}(\log x)^3+xe^{x^2}\cdot 3(\log x)^2\cdot\frac{1}{x}$$

$$=e^{x^2}(\log x)^2\left\{\log x+2x^2(\log x)+3\right\}$$

(6) $y=\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}=\left(\dfrac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$y'=\frac{1}{2}\left(\frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x^{\frac{1}{2}}}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{-\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\left(1+x^{\frac{1}{2}}\right)-\left(1-x^{\frac{1}{2}}\right)\cdot\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}{\left(1+x^{\frac{1}{2}}\right)^{2}}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}\left(1+\sqrt{x}\right)-\left(1-\sqrt{x}\right)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\left(1+\sqrt{x}\right)^{2}}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{-\frac{1}{\sqrt{x}}}{\left(1+\sqrt{x}\right)^{2}}$$

$$=-\frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{1-\sqrt{x}}}\cdot\frac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)\sqrt{1+\sqrt{x}}}$$

$$=-\frac{1}{2\left(1+\sqrt{x}\right)\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$$