

137. 合成関数

$$(1)(i) 2x(2x+1) \quad (ii) 2x^2 - 2x + 1 \quad (2)(i) \frac{1}{2}x \quad (ii) \sqrt{2}x$$

$$(3)(i) 2(2x-5)^2 \quad (ii) 2(2x-5)^2$$

次の関数について指示された合成関数を求めよ。

(1) $f(x) = 2x + 1, g(x) = x(x - 1)$

(i) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (2x + 1)\{(2x + 1) - 1\} = 2x(2x + 1)$

(ii) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2\{x(x - 1)\} + 1 = 2x^2 - 2x + 1$

(2) $f(x) = 2^x, g(x) = \log_4 x$

(i) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \log_4 2^x = x \log_4 2 = \frac{1}{2}x$

(ii) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2^{\log_4 x} = 2^{\frac{\log_2 x}{\log_2 4}} = 2^{\frac{1}{2} \log_2 x} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\log_2 x} = \sqrt{2}x$

(3) $f(x) = x - 1, g(x) = 2x - 3, h(x) = 2x^2$

(i) $h \circ (g \circ f)(x) = h(g(f(x)))$

$$g(f(x)) = 2(x - 1) - 3 = 2x - 5$$

よって $h(g(f(x))) = 2(2x - 5)^2$

(ii) $(h \circ g) \circ f(x)$

$$h \circ g(x) = h(g(x)) = 2(2x - 3)^2$$

よって $(h \circ g) \circ f(x) = 2(2(x - 1) - 3)^2 = 2(2x - 5)^2$

(3)の(i)(ii)は同じ答えになりました。

関数の合成については、結合法則が常に成り立ちますので、当然の結果です。

結果的には () は不要で、 $h \circ (g \circ f)(x) = (h \circ g) \circ f(x) = h \circ g \circ f(x)$ と表して

構いません。

