

## 136. 逆関数

$$(1) \frac{1}{3}x+2 \quad (2) \sqrt{1-x} \quad (3) \frac{x+1}{x-1} \quad (4) \log_3 x \quad (5) 2^x - 1 \quad (6) 3^{x+2}$$

次の関数  $y = f(x)$  に対し、逆関数  $y = f^{-1}(x)$  を求めよ。

(1)  $y = 3x - 2$

$x$  と  $y$  を入れ替えて

$$x = 3y - 2 \Leftrightarrow 3y = x + 2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + 2 \quad \text{よって } f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$$

(2)  $y = x^2 + 1 \quad (x \geq 0)$

$x$  と  $y$  を入れ替えて

$$x = y^2 + 1 \quad (y \geq 0) \Leftrightarrow y^2 = x - 1 \quad (y \geq 0) \Leftrightarrow y = \sqrt{x - 1} \quad \text{よって } f^{-1}(x) = \sqrt{x - 1}$$

(3)  $y = \frac{x+1}{x-1}$

$x$  と  $y$  を入れ替えて

$$x = \frac{y+1}{y-1} \Leftrightarrow x(y-1) = y+1 \Leftrightarrow y = \frac{x+1}{x-1} \quad \text{よって } f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

(4)  $y = 3^x$

$x$  と  $y$  を入れ替えて

$$x = 3^y \Leftrightarrow y = \log_3 x \quad \text{よって } f^{-1}(x) = \log_3 x$$

(5)  $y = \log_2(x-1)$

$x$  と  $y$  を入れ替えて

$$x = \log_2(y-1) \Leftrightarrow y-1 = 2^x \Leftrightarrow y = 2^x + 1 \quad \text{よって } f^{-1}(x) = 2^x + 1$$

(6)  $y = \log_3 x - 2$

$x$  と  $y$  を入れ替えて

$$x = \log_3 y - 2 \Leftrightarrow \log_3 y = x + 2 \Leftrightarrow y = 3^{x+2} \quad \text{よって } f^{-1}(x) = 3^{x+2}$$