１３１．２次曲線

（1）焦点 $(-1,\ 0)$，準線 $x=-3$ の放物線　（2）焦点 $\left(\dfrac{3}{2},1\right)$，準線 $x=\dfrac{5}{2}$ の放物線

（3）焦点 $\left(2\pm\sqrt{3},\ -1\right)$，焦点からの距離の和が 4 である楕円

（4）焦点 $\left(-2,\ 2\pm\sqrt{5}\right)$，焦点からの距離の和が 6 である楕円

（5）焦点 $\left(-2\pm\sqrt{2},\ 3\right)$，焦点からの距離の差が 2 である双曲線

（6）焦点 $\left(-1,\ 3\pm\sqrt{5}\right)$，焦点からの距離の差が 6 である双曲線

次の方程式はどのような図形を表すか。

（1）$y^2=4x+8 \iff y^2=4(x+2) \iff y^2=4\cdot1\cdot(x+2)$

これは，焦点 $(1,\ 0)$，準線 $x=-1$ の放物線 $y^2=4x$ のグラフを

x 軸方向に -2 だけ平行移動したものだから

焦点 $(-1,\ 0)$，準線 $x=-3$ の放物線を表す。

（2）$y^2+2x-2y-3=0 \iff (y-1)^2=-2(x-2) \iff (y-1)^2=4\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot(x-2)$

これは，焦点 $\left(-\dfrac{1}{2},\ 0\right)$，準線 $x=\dfrac{1}{2}$ の放物線 $y^2=-2x$ のグラフを

x 軸方向に 2，y 軸方向に 1 だけ平行移動したものだから

焦点 $\left(\dfrac{3}{2},1\right)$，準線 $x=\dfrac{5}{2}$ の放物線を表す。

（3）$x^2+4y^2-4x+8y+4=0 \iff (x-2)^2+4(y+1)^2=4 \iff \dfrac{(x-2)^2}{4}+(y+1)^2=1$

これは，焦点 $\left(\pm\sqrt{3},\ 0\right)$，焦点からの距離の和が 4 である楕円 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ のグラフを

x 軸方向に 2，y 軸方向に -1 だけ平行移動したものだから

焦点 $\left(2\pm\sqrt{3},\ -1\right)$，焦点からの距離の和が 4 である楕円を表す。

（4）$9x^2+4y^2+36x-16y+16=0 \iff 9(x+2)^2+4(y-2)^2=36 \iff \dfrac{(x+2)^2}{4}+\dfrac{(y-2)^2}{9}=1$

これは，焦点$\left(0,\ \pm\sqrt{5}\right)$，焦点からの距離の和が$6$である楕円$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$のグラフを

x軸方向に-2，y軸方向に2だけ平行移動したものだから

焦点$\left(-2,\ 2\pm\sqrt{5}\right)$，焦点からの距離の和が$6$である楕円を表す。

（5）$x^2-y^2+4x+6y-6=0 \iff (x+2)^2-(y-3)^2=1$

これは，焦点$\left(\pm\sqrt{2},\ 0\right)$，焦点からの距離の差が$2$である双曲線$x^2-y^2=1$のグラフを

x軸方向に-2，y軸方向に3だけ平行移動したものだから

焦点$\left(-2\pm\sqrt{2},\ 3\right)$，焦点からの距離の差が$2$である双曲線を表す。

（6）$4y^2-9x^2-18x-24y-9=0 \iff 9(x+1)^2-4(y-3)^2=-36 \iff \dfrac{(x+1)^2}{4}-\dfrac{(y-3)^2}{9}=-1$

これは，焦点$\left(0,\ \pm\sqrt{5}\right)$，焦点からの距離の差が$6$である双曲線$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=-1$のグラフを

x軸方向に-1，y軸方向に3だけ平行移動したものだから

焦点$\left(-1,\ 3\pm\sqrt{5}\right)$，焦点からの距離の差が$6$である双曲線を表す。