

## 124. ベクトルのなす角

$$(1) \frac{\pi}{2} \quad (2) \pi \quad (3) \frac{\pi}{3} \quad (4) \frac{2}{3}\pi \quad (5) \frac{\pi}{4} \quad (6) \frac{3}{4}\pi$$

次の2つのベクトルのなす角を求めよ。

(1)  $\vec{a} = (2, 1), \vec{b} = (3, -6)$

$\vec{a}, \vec{b}$  のなす角を  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) とおく。

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{(2, 1) \cdot (3, -6)}{\sqrt{2^2 + 1^2} \sqrt{3^2 + (-6)^2}} = 0$$

よって  $\theta = \frac{\pi}{2}$

(2)  $\vec{a} = (2, -3), \vec{b} = (-4, 6)$

$\vec{a}, \vec{b}$  のなす角を  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) とおく。

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{(2, -3) \cdot (-4, 6)}{\sqrt{2^2 + (-3)^2} \sqrt{(-4)^2 + 6^2}} = \frac{-26}{\sqrt{13} \sqrt{52}} = -1$$

よって  $\theta = \pi$

(3)  $\vec{a} = (1, 1), \vec{b} = (1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3})$

$\vec{a}, \vec{b}$  のなす角を  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) とおく。

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{(1, 1) \cdot (1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3})}{\sqrt{1^2 + 1^2} \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2 + (1 + \sqrt{3})^2}} = \frac{2}{\sqrt{2} \sqrt{8}} = \frac{1}{2}$$

よって  $\theta = \frac{\pi}{3}$

(4)  $\vec{a} = (-3, 1), \vec{b} = (3 + \sqrt{3}, 3\sqrt{3} - 1)$

$\vec{a}, \vec{b}$  のなす角を  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) とおく。

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{(-3, 1) \cdot (3 + \sqrt{3}, 3\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{(-3)^2 + 1^2} \sqrt{(3 + \sqrt{3})^2 + (3\sqrt{3} - 1)^2}} = \frac{-10}{\sqrt{10} \sqrt{40}} = -\frac{1}{2}$$

よって  $\theta = \frac{2}{3}\pi$

$$(5) \vec{a} = (7, -1), \vec{b} = (4, 3)$$

$\vec{a}, \vec{b}$  のなす角を  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) とおく。

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{(7, -1) \cdot (4, 3)}{\sqrt{7^2 + (-1)^2} \sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{25}{\sqrt{50} \sqrt{25}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{よって } \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$(6) \vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (-2, -1)$$

$\vec{a}, \vec{b}$  のなす角を  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) とおく。

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{(1, 3) \cdot (-2, -1)}{\sqrt{1^2 + 3^2} \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{-5}{\sqrt{10} \sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{よって } \theta = \frac{3}{4}\pi$$