１２２．平面ベクトルの内積

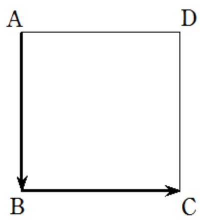
(1)(ⅰ) 0　(ⅱ) 4　(ⅲ) 4　(ⅳ) -4　(ⅴ) 0

(2)(ⅰ) 0　(ⅱ) -26　(ⅲ) 2　(ⅳ) -10　(3) $t=-1$

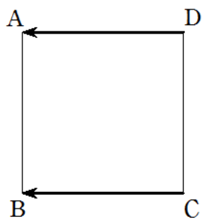
次の問いに答えよ。

(1) １辺の長さが２の正方形ABCDについて，次の内積を求めよ。

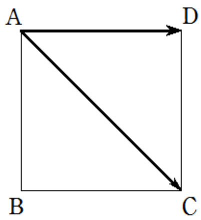
(ⅰ) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=2\cdot2\cos\dfrac{\pi}{2}=0$



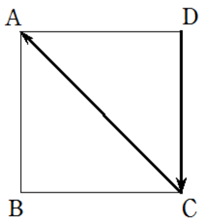
(ⅱ) $\overrightarrow{\mathrm{CB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DA}}=2\cdot2\cdot\cos0=4$



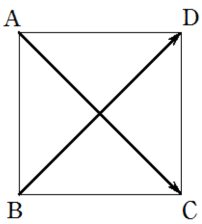
(ⅲ) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=2\cdot2\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{4}=4$



(ⅳ) $\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DC}}=2\sqrt{2}\cdot2\cdot\cos\dfrac{3}{4}\pi=-4$



(ⅴ) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BD}}=2\sqrt{2}\cdot2\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{2}=0$



ベクトルを有向線分（矢印）として捉えている場合には，

２つのベクトルの始点を揃えてなす角を定量しましょう。

また，ベクトルの図形的意味（方向付き・ベクトルと正射影ベクトルとの長さの積）

を考えれば，どの問題の答えも当たり前に思えます。

(2) 次の２つのベクトルの内積を求めよ。

（ｉ） $\vec{a}=(2,1),\ \vec{b}=(3,-6)$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\cdot3+1\cdot(-6)=0$

（ii） $\vec{a}=(2,-3),\ \vec{b}=(-4,6)$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\cdot(-4)+(-3)\cdot6=-26$

（iii） $\vec{a}=(1,1),\ \vec{b}=\left(1-\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3}\right)$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot\left(1-\sqrt{3}\right)+1\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)=2$

（iv） $\vec{a}=(-3,1),\ \vec{b}=\left(3+\sqrt{3},\ 3\sqrt{3}-1\right)$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=-3\cdot\left(3+\sqrt{3}\right)+1\cdot\left(3\sqrt{3}-1\right)=-10$

(3) $|\vec{a}|,|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$ のとき，$\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直になるように，実数 t の値を定めよ。

$$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}+t\vec{b}\right)=|\vec{a}|^2+(1+t)\vec{a}\cdot\vec{b}+t|\vec{b}|^2$$

$$=2^2+(1+t)\cdot(-2)+t\cdot2^2$$

$$=2t+2$$

$\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直であるとき $2t+2=0$ より $t=-1$

ベクトルの内積計算は，ベクトルの問題を解いていくにあたって基本中の基本です。

ベクトルが通常の表記のときと，成分表示されているときとでは

同じ内積でも計算の方法が異なりますので，違いに気をつけましょう。