１１７．等比数列の和

(1) 127　(2) 122　(3) 3^n-1　(4) $\dfrac{7}{5}\{1-(-4)^n\}$　(5) 3　(6) 1953

次の問いに答えよ。

(1) 初項 1，公比 2，末項 64 である等比数列の和を求めよ。

求める和を S とすると

$$S=1+2+4+8+16+32+64=127$$

(2) 初項 162，公比 $-\dfrac{1}{3}$，末項 2 である等比数列の和を求めよ。

求める和を S とすると

$$S=162-54+18-6+2=122$$

(3) 初項 2，公比 3，項数 n である等比数列の和を求めよ。

求める和を S_n とすると

$$S_n=\frac{2(1-3^n)}{1-3}=3^n-1$$

(4) 初項 7，公比 -4，項数 n である等比数列の和を求めよ。

求める和を S_n とすると

$$S_n=\frac{7\{1-(-4)^n\}}{1-(-4)}=\frac{7}{5}\{1-(-4)^n\}$$

(5) 公比 -2，初項から第 10 項までの和が -1023 である等比数列の初項を求めよ。

求める初項を a，第 n 項までの和を S_n とすると

$$S_{10}=\frac{a(1-(-2)^{10})}{1-(-2)}=-1023$$

$$a(1-1024)=-1023\cdot 3$$

よって　$a=3$

(6) 800 の正の約数の和を求めよ。

$800 = 2^5 \cdot 5^2$

求める和を S とすると

$$S = (1+2+2^2+2^3+2^4+2^5)(1+5+5^2)$$

$$= \frac{1-2^6}{1-2} \times \frac{1-5^3}{1-5}$$

$$= 63 \times 31$$

$$= 1953$$

(6)のように約数の総和を求める問題では，その過程で等比数列の和が現れます。

$1+5+5^2$ くらいなら直接計算した方が速いですが, 等比数列の和を意識しておきました。