１１６．等差数列の和

(1) 650	(2) 403	(3) 833	(4) 4234	(5) 19266	(6) 25884

次のような等差数列の和を求めよ。

(1) 初項50，末項0，項数26

求める和をSとすると

$$S=\frac{26(50+0)}{2}=650$$

(2) 初項2，公差3，項数10

求める和をSとすると

$$S=\frac{26(2\cdot 2+9\cdot 3)}{2}=403$$

(3) 1 から 100 までの整数で，6 で割って 1 余る数

求める和をSとすると

$$S=1+7+13+\cdots\cdots+91+97$$

これは初項1，末項97，項数17の等差数列の和であるから

$$S=\frac{17(1+97)}{2}=833$$

(4) 1 から 100 までの整数で，6 で割り切れない数

1 から 100 までのすべての整数の和は

$$1+2+\cdots+100=\frac{100(100+1)}{2}=5050$$

6 で割り切れる数の和は，6 の倍数の和であるから $6+12+18+\cdots+96$

これは初項6，末項96，項数16の等差数列の和であるから

$$\frac{16(6+96)}{2}=816$$

よって，求める和をSとすると

$$S=5050-816=4234$$

(5) 1 から 300 までの自然数のうち，3 または 7 で割り切れる数

3 の倍数の和は　$3+6+9+\cdots+300$

これは初項3，末項300，項数100の等差数列の和であるから

$$\frac{100(3+300)}{2}=15150 \quad \cdots ①$$

7 の倍数の和は　$7+14+21+\cdots+294$

これは初項7，末項294，項数42の等差数列の和であるから

$$\frac{42(7+294)}{2}=6321 \quad \cdots ②$$

21 の倍数の和は　$21+42+63+\cdots+294$

これは初項21，末項294，項数14の等差数列の和であるから

$$\frac{14(21+294)}{2}=2205 \quad \cdots ③$$

①と②にはともに 21 の倍数の和が含まれているので

求める和をSとすると

$$S=①+②-③=15150+6321-2205=19266$$

(6) 1 から 300 までの自然数のうち，3 でも 7 でも割り切れない数

1 から 300 までのすべての整数の和は

$$1+2+\cdots+300=\frac{300(300+1)}{2}=45150$$

3 または 7 で割り切れる数の和は(5)の結果より　19266　であるから

求める和をSとすると

$$S=45150-19266=25884$$