

## 102. 解と係数の関係①

【1】 (1)  $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 5$     (2)  $-1$     (3)  $27$     (4)  $-18$     (5)  $-49$     (6)  $-57$

【2】 (1)  $-\frac{2}{3}$     (2)  $\frac{10}{9}$     (3)  $-\frac{14}{27}$

次の問いに答えよ。

【1】 2次方程式  $x^2 - 3x + 5 = 0$  の2解を  $\alpha, \beta$  とするとき、次の式の値を求めよ。

(1)  $\alpha + \beta, \alpha\beta$

解と係数の関係より  $\alpha + \beta = -\frac{-3}{1} = 3, \alpha\beta = \frac{5}{1} = 5$

(2)  $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \cdot 5 = -1$

(3)  $(2\alpha - \beta)(2\beta - \alpha) = 5\alpha\beta - 2(\alpha^2 + \beta^2) = 5 \cdot 5 - 2 \cdot (-1) = 27$

(4)  $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 3^3 - 3 \cdot 5 \cdot 3 = -18$

(5)  $\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2(\alpha\beta)^2 = (-1)^2 - 2 \cdot 5^2 = -49$

(6)  $\alpha^5 + \beta^5 = (\alpha^3 + \beta^3)(\alpha^2 + \beta^2) - (\alpha\beta)^2(\alpha + \beta) = -18 \cdot (-1) - 5^2 \cdot 3 = 18 - 75 = -57$

【2】 2次方程式  $x^2 + 2x + 3 = 0$  の2解を  $\alpha, \beta$  とするとき、次の式の値を求めよ。

(1)  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$

解と係数の関係より  $\alpha + \beta = -\frac{2}{1} = -2, \alpha\beta = \frac{3}{1} = 3$  である。

よって  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{(-2)^2 - 2 \cdot 3}{3} = -\frac{2}{3}$

(2)  $\frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{\beta^3 + \alpha^3}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{(\alpha\beta)^2} = \frac{(-2)^3 - 3 \cdot 3 \cdot (-2)}{3^2} = \frac{10}{9}$

(3)  $\frac{\beta}{\alpha^3} + \frac{\alpha}{\beta^3} = \frac{\beta^4 + \alpha^4}{\alpha^3\beta^3} = \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2(\alpha\beta)^2}{(\alpha\beta)^3} = \frac{(-2)^2 - 2 \cdot 3^2}{3^3} = -\frac{14}{27}$