

## 99. 対数を含む方程式②

$$(1) x = \frac{3}{2} \quad (2) x = \frac{4}{3} \quad (3) x = 2, 8 \quad (4) (x, y) = (4, 9), (9, 4)$$

次の方程式を解け。

$$(1) 2\log_4 x + 1 = \log_4(15 - 4x)$$

真数条件より  $x > 0$  かつ  $15 - 4x > 0$  から  $0 < x < \frac{15}{4}$  …①

このとき,

$$(\text{与式}) \Leftrightarrow \log_4 x^2 + \log_4 4 = \log_4(15 - 4x) \Leftrightarrow \log_4 4x^2 = \log_4(15 - 4x)$$

$$\text{よって } 4x^2 = 15 - 4x \Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 15 = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)(2x + 5) = 0$$

$$\text{①より } x = \frac{3}{2}$$

$$(2) 2\log_3 x + 1 = \log_3(8 - 2x)$$

真数条件より  $x > 0$  かつ  $8 - 2x > 0$  から  $0 < x < 4$  …①

このとき,

$$(\text{与式}) \Leftrightarrow \log_3 x^2 + \log_3 3 = \log_3(8 - 2x) \Leftrightarrow \log_3 3x^2 = \log_3(8 - 2x)$$

$$\text{よって } 3x^2 = 8 - 2x \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(3x - 4) = 0$$

$$\text{①より } x = \frac{4}{3}$$

$$(3) (\log_2 x)^2 - \log_2 x^4 + 3 = 0$$

真数条件より  $x > 0$  …①

このとき,

$$(\text{与式}) \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + 3 = 0 \Leftrightarrow (\log_2 x - 1)(\log_2 x - 3) = 0$$

$$\text{よって } \log_2 x = 1 \text{ または } \log_2 x = 3$$

$$\text{①より } x = 2, 8$$

$$(4) \begin{cases} \log_6 x + \log_6 y = 2 \cdots \textcircled{1} \\ x + y = 13 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

真数条件より  $x > 0$  かつ  $y > 0 \cdots \textcircled{3}$

このとき,

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow \log_6 xy = 2 \text{ より } xy = 36 \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{2}$ ,  $\textcircled{4}$ より

$x, y$  は  $t$  の 2 次方程式  $t^2 - 13t + 36 = 0$  の 2 解であるから  $(t-4)(t-9) = 0$  より  $t = 4, 9$

$\textcircled{3}$ より  $(x, y) = (4, 9), (9, 4)$