

75. 曲線群

$$(1) 4x+2y-5=0 \quad (2) 4x+4y-1=0$$

$$(3) 5x^2+4x+5y^2+2y-25=0 \quad (4) x^2+9x+y^2+3y-2=0$$

次の問いに答えよ。

(1) 2円 $x^2+y^2=4$, $x^2+y^2-4x-2y+1=0$ の2つの交点を通る直線の方程式を求めよ。

2円の共有点を通る曲線は k を定数として

$$x^2+y^2-4+k(x^2+y^2-4x-2y+1)=0$$

とおける。

$k=-1$ のとき、求める直線となり

$$4x+2y-5=0$$

(2) 2円 $(x-3)^2+y^2=4$, $x^2+y^2-2x+4y+4=0$ の2つの交点を通る直線の方程式を求めよ。

2円の共有点を通る曲線は k を定数として

$$(x-3)^2+y^2-4+k(x^2+y^2-2x+4y+4)=0$$

とおける。

$k=-1$ のとき、求める直線となり

$$-6x+9-4+2x-4y-4=0 \Leftrightarrow 4x+4y-1=0$$

(3) 2円 $x^2+y^2=4$, $x^2+y^2-4x-2y+1=0$ の2つの交点と $(-1, 2)$ を通る円の方程式を求めよ。

2円の共有点を通る曲線は k を定数として

$$x^2+y^2-4+k(x^2+y^2-4x-2y+1)=0$$

とおける。

これが $(-1, 2)$ を通るとき、 $1+4-4+k(1+4+4-4+1)=0$ より $k=-\frac{1}{6}$

よって求める円の方程式は

$$x^2+y^2-4-\frac{1}{6}(x^2+y^2-4x-2y+1)=0 \Leftrightarrow 5x^2+4x+5y^2+2y-25=0$$

(4) 円 $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$ と直線 $7x - y + 2 = 0$ の2つの交点と $(-1, 2)$ を通る円の方程式を求めよ。

円と直線の共有点を通る曲線は k を定数として

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 + k(7x - y + 2) = 0$$

とおける。

これが $(-1, 2)$ を通るとき、 $1 + 4 - 2 + 8 - 4 + k(-7 - 2 + 2) = 0$ より $k = 1$

よって求める円の方程式は

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 + 1(7x - y + 2) \Leftrightarrow x^2 + 9x + y^2 + 3y - 2 = 0$$



曲線群の考え方を利用して解くと、交点の座標を求めることなく方程式を求めることができます。

出題者は、曲線群を利用して解くべき問題では交点の座標を求めにくい値に設定してきますから、曲線群を知らないとなかなか正解にたどりつけません。