

72. 円の方程式

(1)(i) 中心 $(0, 0)$ 半径 $\sqrt{26}$ (ii) 中心 $(3, -2)$ 半径 5 (iii) 中心 $(-1, 5)$ 半径 1

(iv) 中心 $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}\right)$ 半径 2 (2)(i) $x^2 + y^2 = 6$ (ii) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$

(iii) $(x+1)^2 + y^2 = 29$ (iv) $(x+2)^2 + y^2 = 50$ (v) $x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$

次の問いに答えよ。

(1) 次の円の方程式の中心と半径を求めよ。

(i) $x^2 + y^2 = 26$

中心 $(0, 0)$ 半径 $\sqrt{26}$

(ii) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$

中心 $(3, -2)$ 半径 5

(iii) $x^2 + 2x + y^2 - 10y + 25 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-5)^2 = 1$

中心 $(-1, 5)$ 半径 1

(iv) $36x^2 - 48x + 36y^2 + 36y - 119 = 0 \Leftrightarrow 36\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + 36\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - 144 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 4$$

中心 $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}\right)$ 半径 2

(2) 次の条件を満たす円の方程式を求めよ。

(i) 原点中心, 半径 $\sqrt{6}$

$$x^2 + y^2 = 6$$

(ii) $(-2, 1)$ 中心, $(1, -3)$ を通る

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = r^2 \text{ とおける。}$$

$$(1, -3) \text{ を通るから } 3^2 + (-4)^2 = r^2 \text{ より } r^2 = 25$$

$$\text{よって } (x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$$

(iii) 2点 $(4, -2)$, $(-6, 2)$ を直径の両端とする

$$\text{中心は } \left(\frac{4-6}{2}, \frac{-2+2}{2} \right) \text{ より } (-1, 0)$$

$$r^2 = \{4 - (-1)\}^2 + \{(-2) - 0\}^2 = 29$$

$$\text{よって } (x+1)^2 + y^2 = 29$$

(iv) 中心が x 軸上にあり, 2点 $(3, 5)$, $(-3, 7)$ を通る

$$(x-a)^2 + y^2 = r^2 \text{ とおける。}$$

$$2 \text{ 点を代入して } \begin{cases} (3-a)^2 + 25 = r^2 \\ (-3-a)^2 + 49 = r^2 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } a = -2, r^2 = 50$$

$$\text{よって } (x+2)^2 + y^2 = 50$$

(v) 3点 $(1, 1)$, $(2, -1)$, $(3, 2)$ を通る

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \text{ とおく。}$$

$$\text{通る 3 点を代入して } \begin{cases} a + b + c = -2 \\ 2a - b + c = -5 \\ 3a + 2b + c = -13 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } a = -5, b = -1, c = 4$$

$$\text{よって } x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$$