

63. 1の立方根 ω

$$(1)(i) 1 \quad (ii) -1 \quad (iii) -1 \quad (iv) 3 \quad (v) 0 \quad (2) x=1, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} \quad (3) x=-\frac{5}{4}, \frac{5 \pm 5\sqrt{3}i}{8}$$

次の問いに答えよ。

(1) 1の立方根のうち、虚数のものの1つを ω とすると、次の式の値を求めよ。

$$(i) \omega^3 = 1$$

$$(ii) \omega^2 + \omega$$

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0 \text{ より}$$

$$\omega^2 + \omega = -1$$

$$(iii) \omega^{200} + \omega^{100}$$

$$= (\omega^3)^{66} \cdot \omega^2 + (\omega^{33})^3 \cdot \omega = \omega^2 + \omega = -1$$

$$(iv) \omega^6 + \omega^3 + 1$$

$$= (\omega^3)^2 + \omega^3 + 1 = 1^2 + 1 + 1 = 3$$

$$(v) \omega^8 + \omega^4 + 1$$

$$= (\omega^3)^2 \cdot \omega^2 + \omega^3 \cdot \omega + 1 = \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

(2) 3次方程式 $x^3 = 1$ を解け。

$$(\text{与式}) \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(3) 3次方程式 $64x^3 + 125 = 0$ を解け。

$$(\text{与式}) \Leftrightarrow (4x+5)(16x^2 - 20x + 25) = 0$$

$$x = -\frac{5}{4}, \frac{10 \pm 10\sqrt{3}i}{16} \text{ より } x = -\frac{5}{4}, \frac{5 \pm 5\sqrt{3}i}{8}$$