

58. 複素数の相等

$$(1) \begin{cases} x = -8 \\ y = -9 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \quad (5) x = 0 \quad (6) x = 2, y = -4$$

次の等式を満たす実数 x, y の値を求めよ。

(1) $x + yi = -8 - 9i$

実部, 虚部を比較して $\begin{cases} x = -8 \\ y = -9 \end{cases}$

(2) $x - 1 + (x - y)i = 3 + yi$

実部, 虚部を比較して $\begin{cases} x - 1 = 3 \\ x - y = y \end{cases}$

これを解いて $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$

(3) $(5 + 4i)x - (2 - 7i)y = 26 - 5i$

$$5x - 2y + (4x + 7y)i = 26 - 5i$$

実部, 虚部を比較して $\begin{cases} 5x - 2y = 26 \\ 4x + 7y = -5 \end{cases}$

これを解いて $\begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$

(4) $(1 - 2i)(x + yi) = 2 + 6i$

$$x + 2y + (-2x + y)i = 2 + 6i$$

実部, 虚部を比較して $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ -2x + y = 6 \end{cases}$

これを解いて $\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$

(5) $(1 + xi)^2 + (x + i)^2 = 0$

$$1 + 2xi + x^2i^2 + x^2 + 2xi + i^2 = 0$$

$$4xi = 0$$

虚部を比較して $x = 0$

$$(6) \frac{1}{2+i} + \frac{1}{x+yi} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2-i}{(2+i)(2-i)} + \frac{x-yi}{(x+yi)(x-yi)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2-i}{5} + \frac{x-yi}{x^2+y^2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{x}{x^2+y^2} + \left(-\frac{y}{x^2+y^2} - \frac{1}{5} \right) i = \frac{1}{2}$$

実部, 虚部を比較して $\begin{cases} \frac{2}{5} + \frac{x}{x^2+y^2} = \frac{1}{2} \\ -\frac{y}{x^2+y^2} - \frac{1}{5} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{x^2+y^2} = \frac{1}{10} \\ \frac{y}{x^2+y^2} = -\frac{1}{5} \end{cases}$

$$\frac{x}{x^2+y^2} = \frac{1}{10} \cdots \textcircled{1}, \quad \frac{y}{x^2+y^2} = -\frac{1}{5} \cdots \textcircled{2} \text{ とする。}$$

$$\textcircled{1} \times y - \textcircled{2} \times x \text{ より } \frac{1}{10}y + \frac{1}{5}x = 0 \Leftrightarrow y = -2x \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入して } \frac{x}{x^2+4x^2} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{x}{5x^2} = \frac{1}{10}$$

よって $x=2$, このとき $\textcircled{3}$ より $y=-4$

したがって $x=2, y=-4$