５７．複素数の除法（分母の実数化）

（1）$2i+5$　（2）$\dfrac{1-\sqrt{3}\,i}{2}$　（3）-1　（4）$\dfrac{7+2i}{5}$　（5）0　（6）$1-i$

次の式を計算せよ。

（1）$\dfrac{5i}{2+i}=\dfrac{5i}{2+i}\cdot\dfrac{2-i}{2-i}=\dfrac{5i(2-i)}{4-i^2}=2i-5i^2=2i+5$

（2）$\dfrac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}=\dfrac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}\cdot\dfrac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}+i}=\dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^2}{3-i^2}=\dfrac{3-2\sqrt{3}\,i+i^2}{4}=\dfrac{1-\sqrt{3}\,i}{2}$

（3）$\left(\dfrac{3-2i}{2+3i}\right)^2=\left(\dfrac{3-2i}{2+3i}\cdot\dfrac{2-3i}{2-3i}\right)^2=\left(\dfrac{6-13i+6i^2}{4-9i^2}\right)^2=\left(\dfrac{-13i}{13}\right)^2=(-i)^2=i^2=-1$

（4）$\dfrac{2+3i}{1+2i}+\dfrac{2i}{3-i}=\dfrac{2+3i}{1+2i}\cdot\dfrac{1-2i}{1-2i}+\dfrac{2i}{3-i}\cdot\dfrac{3+i}{3+i}=\dfrac{2-i-6i^2}{1-4i^2}+\dfrac{6i+2i^2}{9-i^2}=\dfrac{8-i}{5}+\dfrac{6i-2}{10}=\dfrac{8-i}{5}+\dfrac{3i-1}{5}$

$=\dfrac{7+2i}{5}$

（5）$\dfrac{2+3i}{3-2i}+\dfrac{2-3i}{3+2i}=\dfrac{(2+3i)(3+2i)+(2-3i)(3-2i)}{(3-2i)(3+2i)}=\dfrac{6+13i+6i^2+6-13i+6i^2}{9-4i^2}=\dfrac{0}{13}=0$

（6）$\dfrac{1+2i}{2-i}-\dfrac{2+i}{i^3}=\dfrac{1+2i}{2-i}\cdot\dfrac{2+i}{2+i}+\dfrac{2+i}{i}\cdot\dfrac{i}{i}=\dfrac{(1+2i)(2+i)}{4-i^2}+\dfrac{(2+i)i}{i^2}=\dfrac{2+5i+2i^2}{5}-(2i+i^2)=i-2i+1$

$=1-i$

このような計算を「分母の実数化」といいます。

分母に対して共役複素数をかけることがポイントです。

分母に無理数がある場合の有理化と同じような操作ですね。