

49. 循環小数の分数化

$$(1) \frac{2}{9} \quad (2) \frac{15}{11} \quad (3) \frac{311}{111} \quad (4) \frac{1373}{3330}$$

次の循環小数を分数に直せ。

(1) $0.\dot{2}$

$$x = 0.\dot{2} \text{ とおくと } 10x = 2.\dot{2} \text{ であるから } 9x = 2 \text{ より } x = \frac{2}{9}$$

〔別解〕（無限等比級数を利用）

$$0.\dot{2} = 0.222\cdots = 0.2 + 0.02 + 0.002 + \cdots = \frac{0.2}{1-0.1} = \frac{0.2}{0.9} = \frac{2}{9}$$

(2) $1.\dot{3}\dot{6}$

$$x = 1.\dot{3}\dot{6} \text{ とおくと } 100x = 136.\dot{3}\dot{6} \text{ であるから } 99x = 135 \text{ より } x = \frac{135}{99} = \frac{15}{11}$$

〔別解〕（無限等比級数を利用）

$$1.\dot{3}\dot{6} = 1.363636\cdots = 1 + 0.36 + 0.0036 + 0.000036 + \cdots = 1 + \frac{0.36}{1-0.01} = 1 + \frac{0.36}{0.99} = 1 + \frac{4}{11} = \frac{15}{11}$$

(3) $2.\dot{8}0\dot{1}$

$$x = 2.\dot{8}0\dot{1} \text{ とおくと } 1000x = 2801.\dot{8}0\dot{1} \text{ であるから } 999x = 2799 \text{ より } x = \frac{2799}{999} = \frac{311}{111}$$

〔別解〕（無限等比級数を利用）

$$\begin{aligned} 2.\dot{8}0\dot{1} &= 2.801801\cdots = 2 + 0.801 + 0.000801 + 0.000000801 + \cdots = 2 + \frac{0.801}{1-0.001} = 2 + \frac{0.801}{0.999} = 2 + \frac{89}{111} \\ &= \frac{311}{111} \end{aligned}$$

(4) $0.4\dot{1}2\dot{3}$

$$x = 0.4\dot{1}2\dot{3} \text{ とおくと } 1000x = 4\dot{1}2.\dot{3} \text{ であるから } 999x = 411.9 \text{ より } x = \frac{411.9}{999} = \frac{4119}{9990} = \frac{1373}{3330}$$

〔別解〕（無限等比級数を利用）

$$\begin{aligned} 0.4\dot{1}2\dot{3} &= 0.4123123123\cdots = 0.4 + 0.0123 + 0.0000123 + 0.000000000123 + \cdots = 0.4 + \frac{0.0123}{1-0.001} \\ &= 0.4 + \frac{0.0123}{0.999} = \frac{1332}{3330} + \frac{41}{3330} = \frac{1373}{3330} \end{aligned}$$