

4 1. 重複組合せ

- (1) 66 通り (2) 36 通り (3) 45 個 (4) 21 個

次の問いに答えよ。

- (1) みかん, りんご, ももの3種類の果物から選んで10個入りのかごを作るとき, 作り方は何通りあるか。

ただし, 選ばない果物があってもよい。

10個の○と2つの仕切り | を1列に並べ, 2つの仕切りで区切られた3つの部分にある○の個数を左から「みかん | りんご | もも」のように考えると, この並べ方とかごの作り方とは1対1に対応する。

よって, 作り方の総数は ${}_{12}C_2 = \frac{12 \times 11}{2 \times 1} = 66$ 通り。

- (2) みかん, りんご, ももの3種類の果物から選んで10個入りのかごを作るとき, 作り方は何通りあるか。

ただし, どの果物も1つは選ぶものとする。

先にみかん, りんご, ももを1つずつ, 合計3個の果物をかごに入れておく。

これでどの果物も1つは選ばれる状態になるので, 残りの7つの果物の選び方は(1)と同様に考えて,

${}_9C_2 = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36$ 通り。

- (3) x, y, z を0以上の整数とすると, $x + y + z = 8$ を満たす x, y, z の組の個数を求めよ。

8個の○と2つの仕切り | を1列に並べ, 2つの仕切りで区切られた3つの部分にある○の個数を左から

「 $x | y | z$ 」のように考えると, この並べ方と方程式を満たす x, y, z の組の個数とは1対1に対応する。

よって, 組の総数は ${}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$ 個。

- (4) x, y, z を自然数とすると, $x + y + z = 8$ を満たす x, y, z の組の個数を求めよ。

$x - 1 = X, y - 1 = Y, z - 1 = Z$ とおくと, $x + y + z = 8 \Leftrightarrow X + 1 + Y + 1 + Z + 1 = 8 \Leftrightarrow X + Y + Z = 5$

であり, x, y, z が自然数のとき, X, Y, Z は0以上の整数となる。

よって, (3)と同様に考えて, 組の総数は ${}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$ 個。